منطقة العاصمة التعليمية / ثانوية احمد البشر الرومي

رئيس القسم : أ / سمير مرسي

الموجه الفني : أ / كارم عطية

مدير المدرسة : أ / خالد راشد الراجحي

الموجهة الأولى: حصة العلي

The Differentiation

الاشتقاق

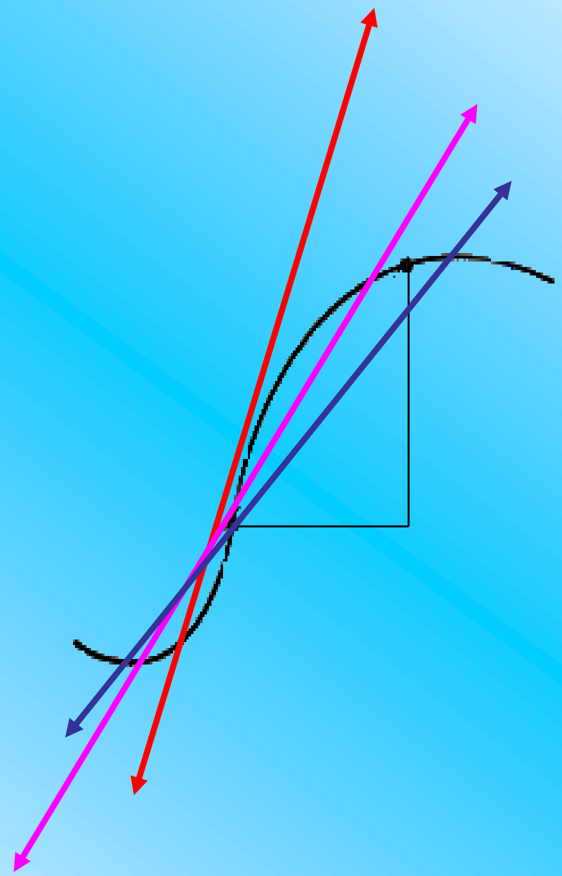
اعداد

أ / حامد عاجي

منطقة العاصمة التعليمية

ثانوية احمدالبشر الرومي

The Differentiation



الاشتقاق

التغير في الدالة

Change of the Function

السؤال الأول

إذا كانت درجة الحرارة الساعة السادسة صباحا ١٠ °

وأصبحت في الساعة التاسعة صباحا ١٦ °

أوجد مقدار التغير في درجة الحرارة ؟

الحل

مقدار التغير في درجة الحرارة = ١٦ - ١٠ = ٦ °

السؤال الثاني

إذا كانت درجة الحرارة الساعة السادسة صباحا ١٩ ه

وأصبحت في الساعة التاسعة صباحا ١٣ ه

أوجد مقدار التغير في درجة الحرارة ؟

الحل

مقدار التغير في درجة الحرارة = ١٣ ـ ١٩ = ـ ٦ ه

يمكن استنتاج أن:

إذا رمزنا لمقدار التغير بالرمز △ ويقرأ دلتا

ولدرجة الحرارة بالرمز س فإن :

△ س = ١٣ ـ ١٩ = ـ ٦ه

قاعدة

مقدار التغير في س هو △ س وهو الفرق بين قيمتي س عندما تتزايد أو تتناقص من $س_{١}$ إلى $س_{٢}$

$$\triangle س = س_{٢} - س_{١}$$

التغير في س

التغير في الدالة

إذا كانت ص = د (س) وتغيرت س : من س$_1$ إلى س$_2$

فينتج عن ذلك تغير في ص ويرمز له بالرمز Δ ص

التغير في الدالة

Δ ص = د (س$_2$) ـ د (س$_1$)

= ص$_2$ - ص$_1$

= د (س$_1$ + Δ س) ـ د (س$_1$)

= د (س$_1$ + هـ) ـ د (س$_1$)

متوسط معدل التغير

سنسمي $\boxed{\dfrac{\Delta ص}{\Delta س}}$ حيث Δ س $\neq$ صفر

متوسط معدل التغير

حيث :

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{د(س_٢) - د(س_١)}{س_٢ - س_١}$$

بوضع $س_٢ = س_١ + هـ$ فإن :

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{د(س_١ + هـ) - د(س_١)}{هـ}$$

هـ $\neq$ ٠

السؤال الثالث

إذا كانت ص دالة في س حيث د (س) = ٢ س ــ ٣

وتغيرت س من $س_١ = ٢$ إلى $س_٢ = ٥$

أوجــــد

١- $\triangle$ س

٢- $\triangle$ ص

٣- $\dfrac{\triangle ص}{\triangle س}$

الحل :

١- $\triangle$ س $= س_٢ - س_١$

$= ٥ - ٣ = ٢$

٢- $\triangle$ ص $=$ د ($س_٢$) - د ($س_١$)

$= (٢ \times ٥ - ٣) - (٢ \times ٢ - ٣)$

$= ٧ - ١ = ٦$

٣- $\dfrac{\triangle ص}{\triangle س} = \dfrac{٦}{٢} = ٣$

متوسط معدل التغير

تذكر أن :

$$\Delta \text{س} = \text{س}_{٢} - \text{س}_{١}$$

$$\Delta \text{ص} = \text{ص}_{٢} - \text{ص}_{١}$$

$$= \text{د}(\text{س}_{٢}) - \text{د}(\text{س}_{١})$$

$$= \text{د}(\text{س}_{١} + \Delta \text{س}) - \text{د}(\text{س}_{١})$$

$$= \text{د}(\text{س}_{١} + \text{هـ}) - \text{د}(\text{س}_{١})$$

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{د}(\text{س}_{٢}) - \text{د}(\text{س}_{١})}{\text{س}_{٢} - \text{س}_{١}}$$

$$= \frac{\text{د}(\text{س}_{١} + \text{هـ}) - \text{د}(\text{س}_{١})}{\text{هـ}}$$

، $\text{هـ} \neq \text{صفر}$

أسئلة :

١

إذا كانت د(س) $=$ س^{٢} + ٥

أوجـــد كلا من :

١- $\triangle$ س

٢- $\triangle$ ص

٣- $\dfrac{\triangle ص}{\triangle س}$

وذلك عندما تتغير س من س$_{١}$ = ١ الى س$_{٢}$ = ٣

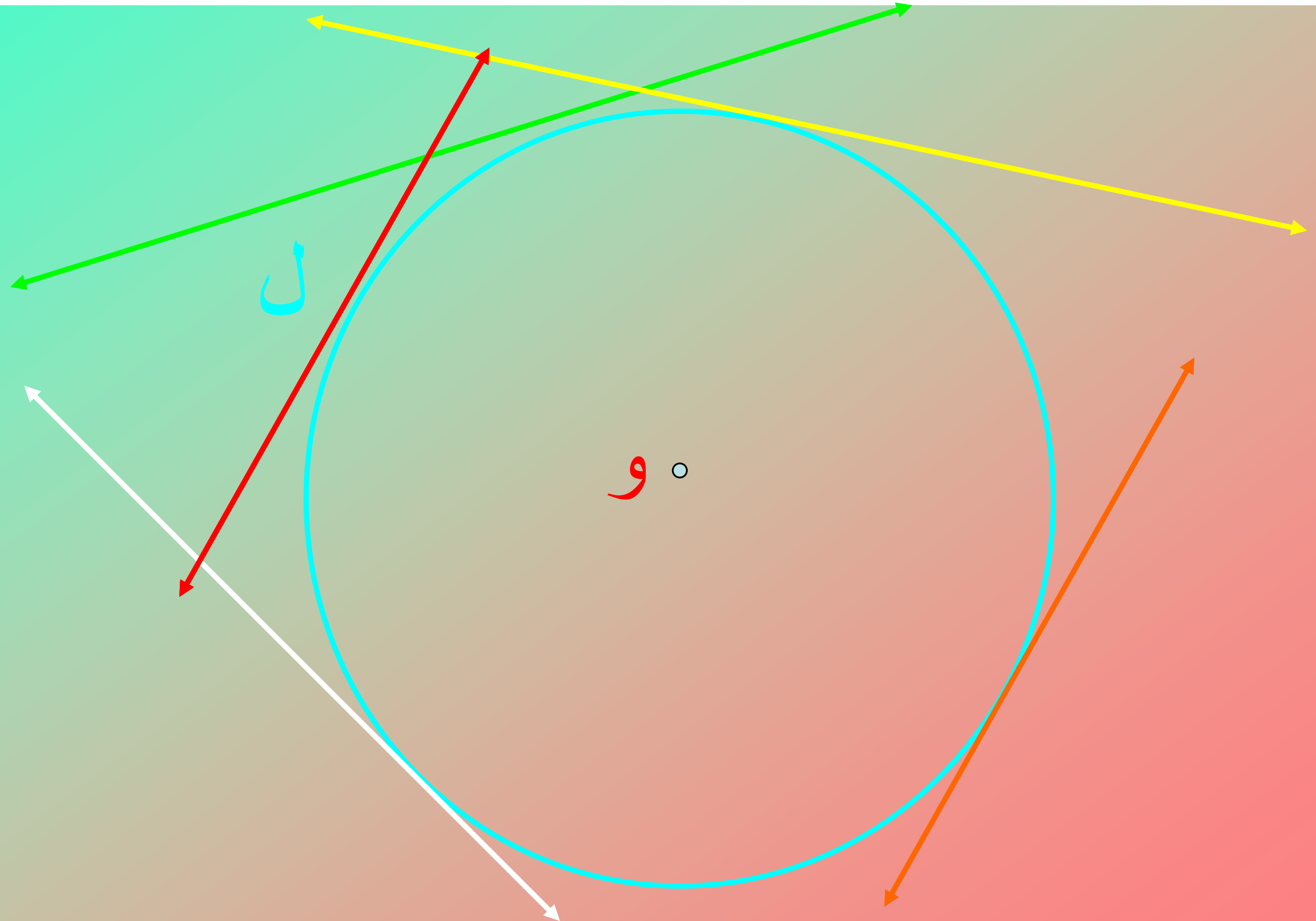
مقدمة عن المماس

Introduction About Tangent.
Introduction About Tangent.

المماس

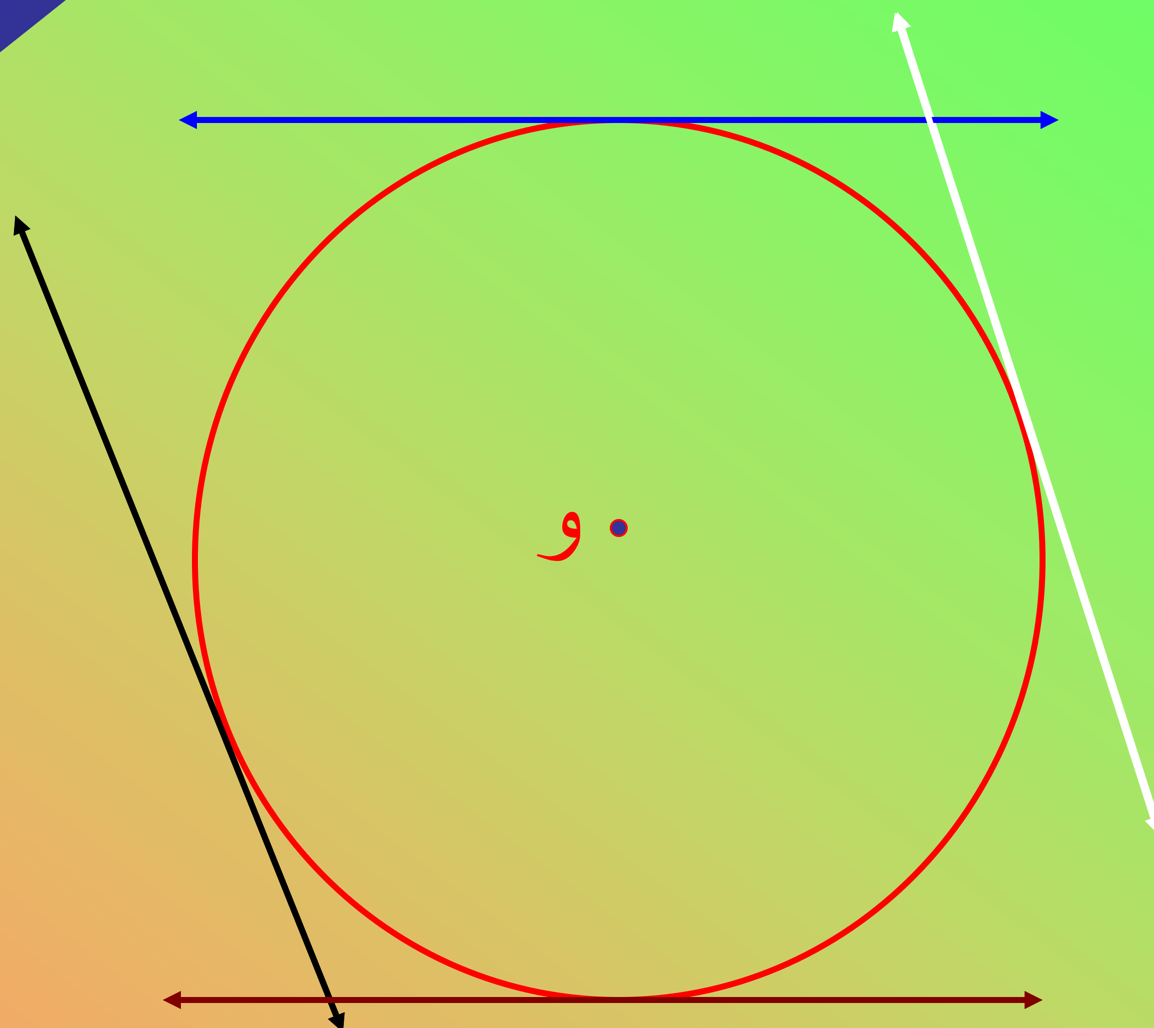
1 مماس الدائرة

المماس لدائرة هو خط مستقيم يقطع الدائرة في نقطة واحدة كما في الشكل.



كم مماسا للدائرة ؟؟

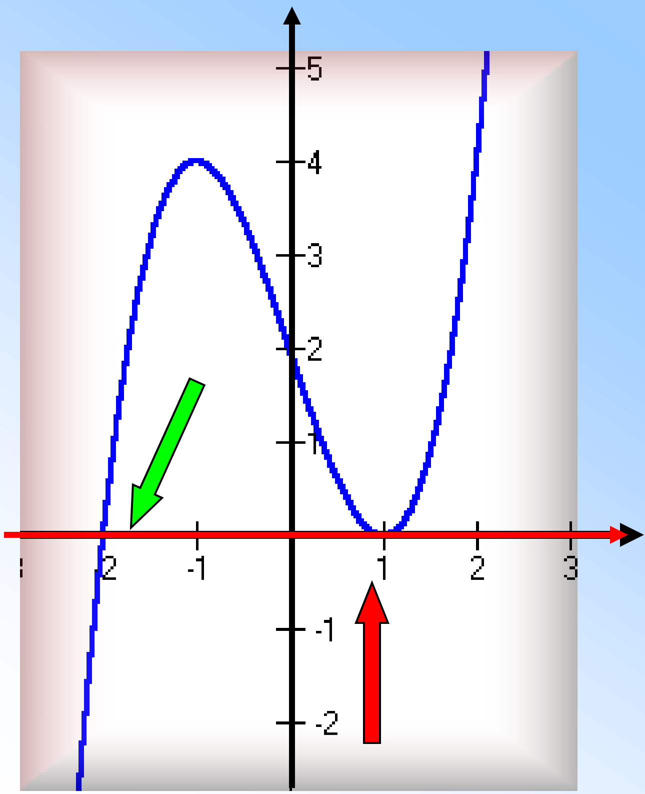
للدائرة عدد لانهائي من المماسات



لا نستطيع أن نعمم تعريف المماس للدائرة على الدوال

لمـاذا ؟؟

لأن المستقيم يمكن أن يمس البيان في بعض النقاط ويقطعها مرة ثانية عند نقاط أخرى .



المستقيم ص = ٠

[معادلة محور السينات] يمس بيان الدالة :

د (س) = س^٣ −٣س + ٢

عند النقطة (١ ، ٠)

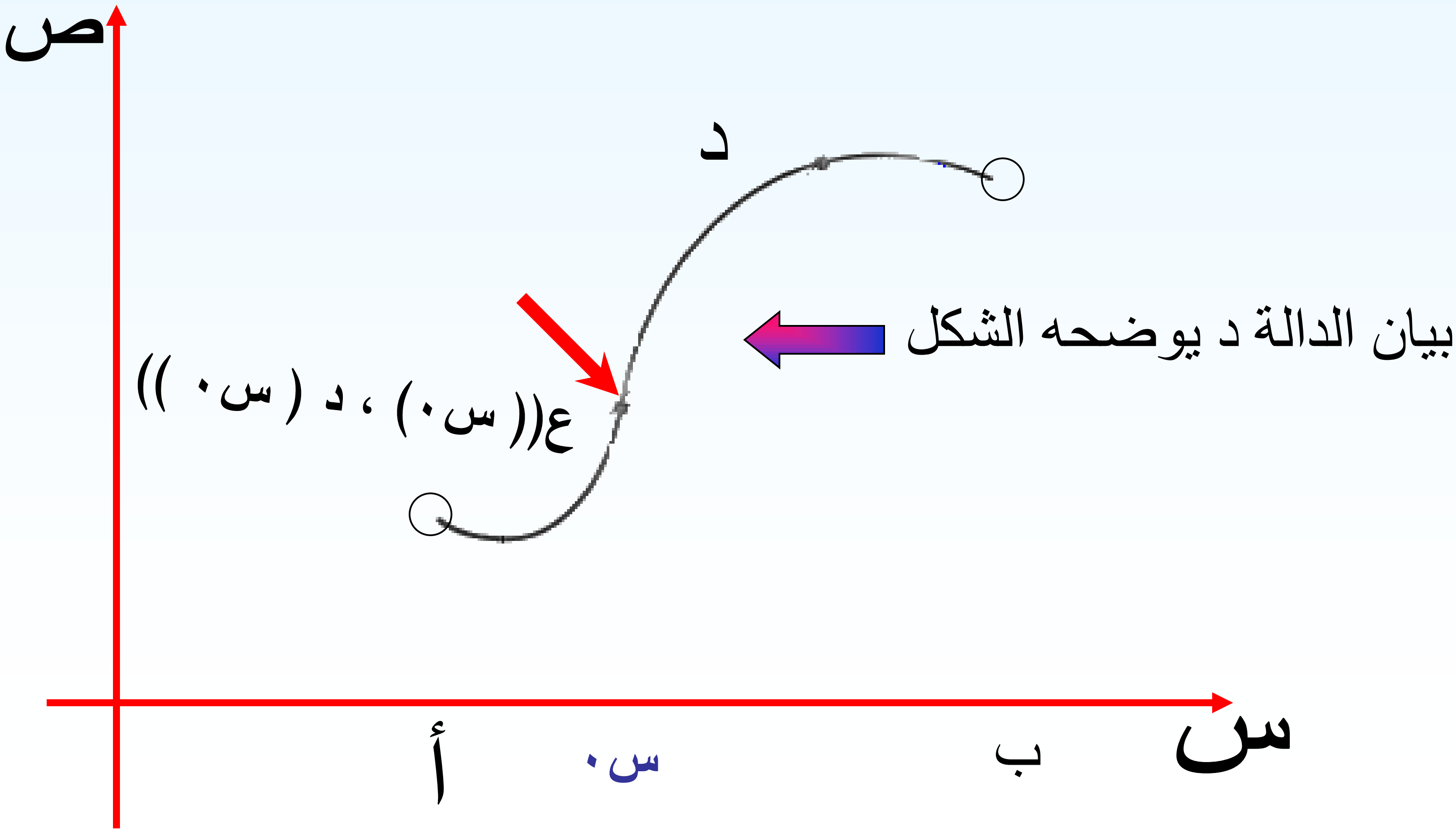
في حين أنه يقطع بيانها عند النقطة :(-٢ ، ٠)

ميل المنحنى (ميل مماس منحنى الدالة)

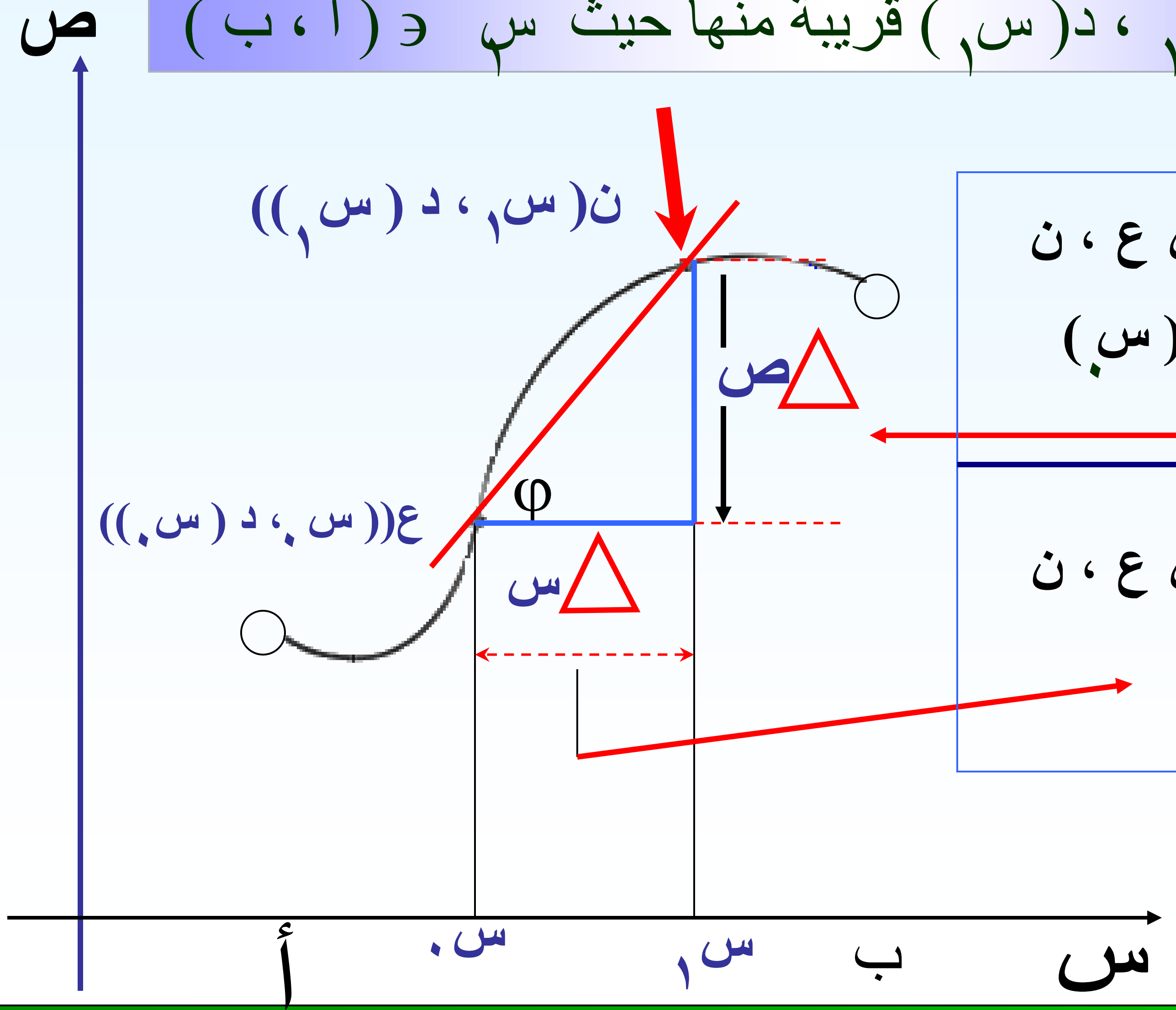
Slope of a Curve

إيجاد ميل منحنى

المطلوب : إيجاد ميل منحنى الدالة د المعرفة على الفترة المفتوحة (أ ، ب) عند النقطة ع (س٠ ، د (س٠)) حيث س٠ ∈ (أ ، ب)



نفرض وجود نقطة أخرى على منحنى الدالة ولتكن
ن ($س_١$ ، د($س_١$)) قريبة منها حيث $س_١$ ∋ (أ ، ب)



فيكون البعد الرأسي بين ع ، ن

$△ص = د(س_١) - د(س_٠)$

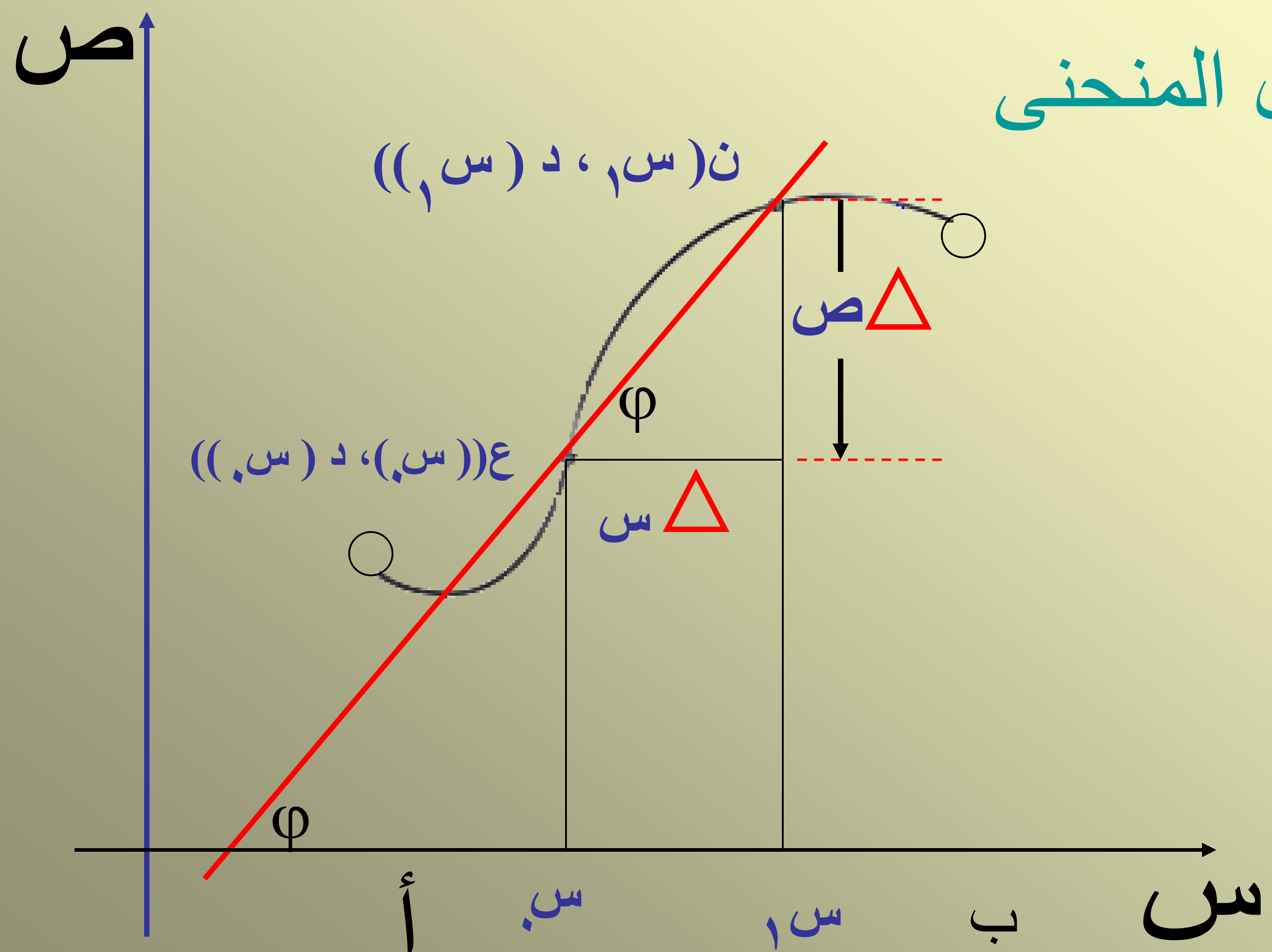
فيكون البعد الأفقي بين ع ، ن

$△س = س_١ - س_٠$

ميل $\overleftrightarrow{\text{ع ن}}$ هو :

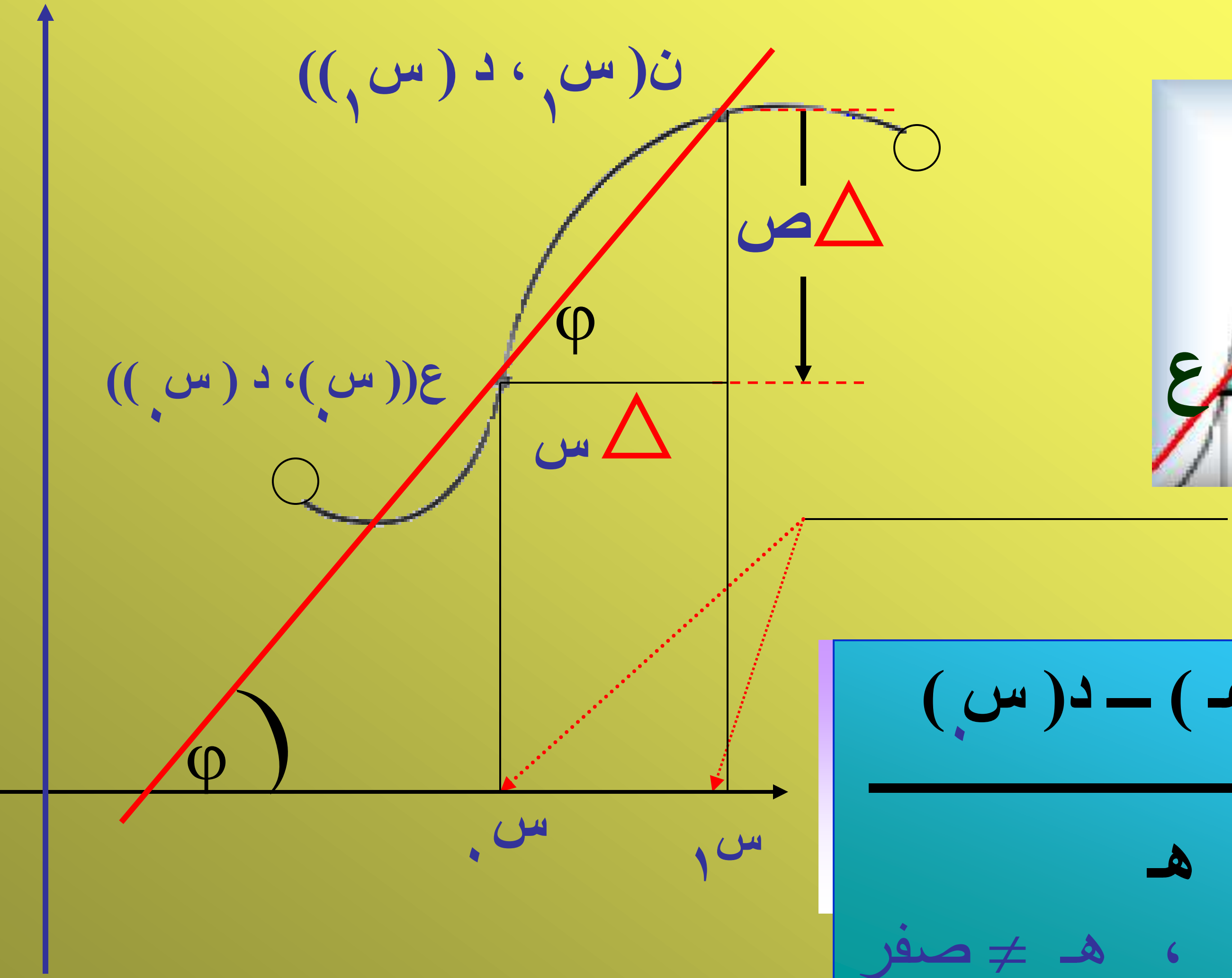
$$م = ظا\ \varphi = \frac{\triangle ص}{\triangle س} = \frac{د(س_{١}) - د(س_{٠})}{س_{١} - س_{٠}}$$

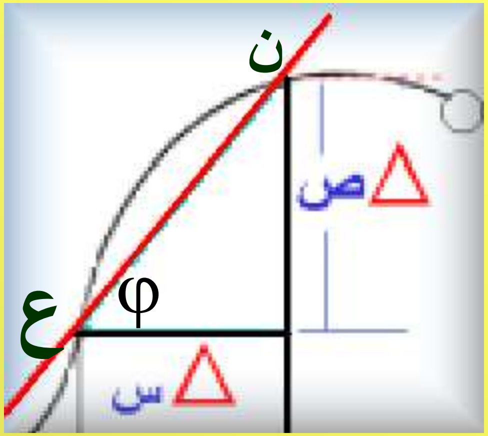
تابع ميل المنحنى



بمعنى

تابع ميل المنحنى





وبوضع $\text{س}_1 = \text{س}_0 + \text{هـ}$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{\text{ع ن}} = \frac{\text{د}(\text{س}_0 + \text{هـ}) - \text{د}(\text{س}_0)}{\text{هـ}}$$

، $\text{هـ} \neq \text{صفر}$

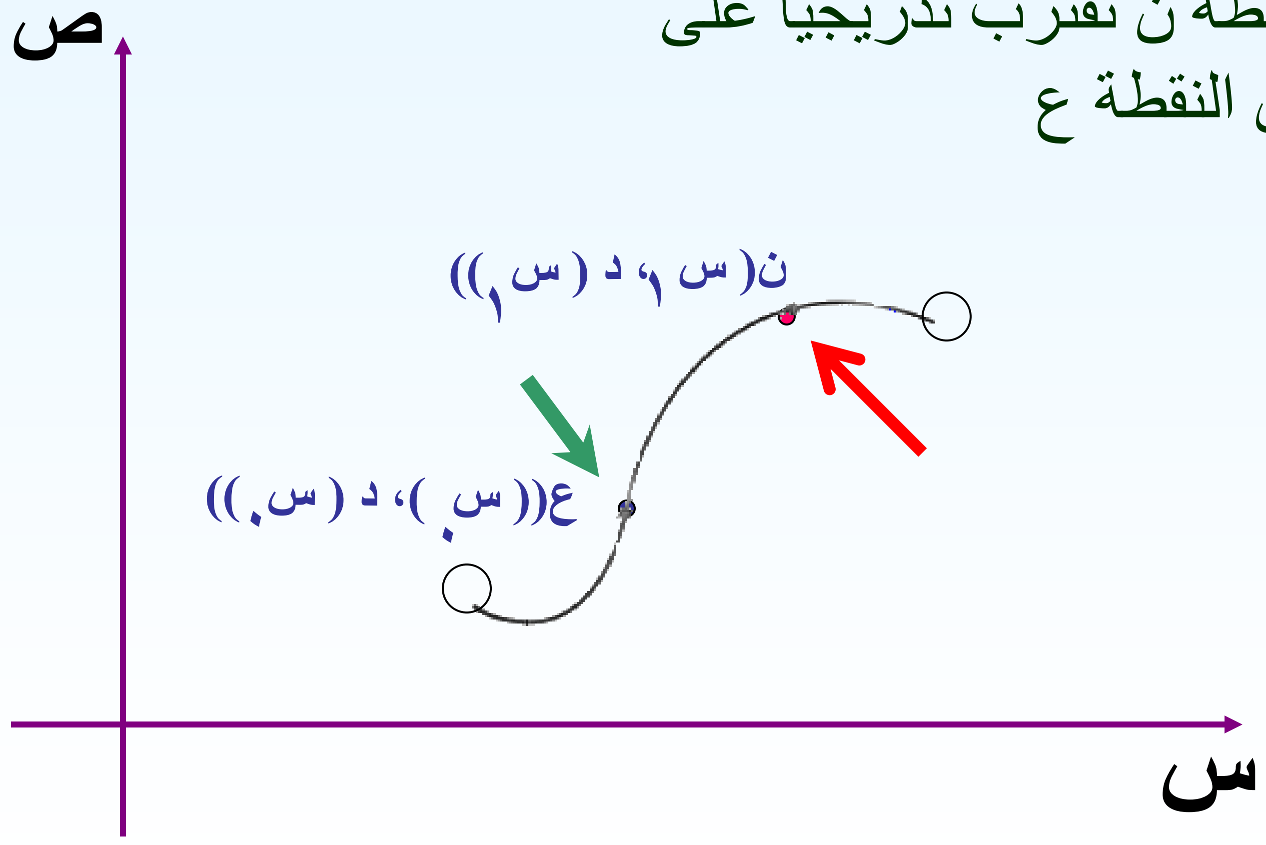
$$\triangle \text{س} = \text{هـ} = (\text{س}_0 + \text{هـ}) - \text{س}_0$$

$$\triangle \text{ص} = \text{د}(\text{س}_1) - \text{د}(\text{س}_0) = \text{د}(\text{س}_0 + \text{هـ}) - \text{د}(\text{س}_0)$$

ميل المماس للمنحنى

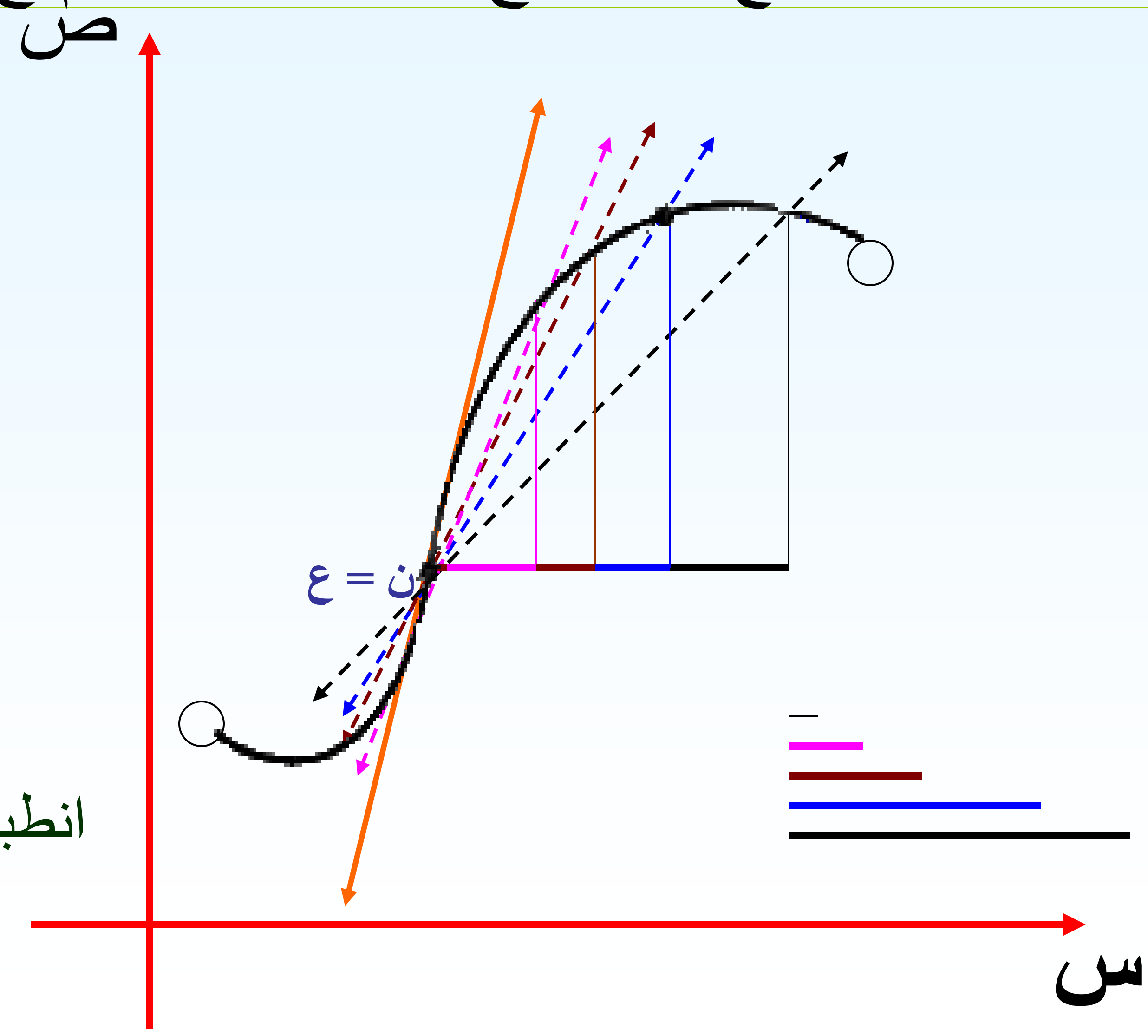
وإذا تركنا النقطة ع ثابتة

وتصورنا أن النقطة ن تقترب تدريجيا على منحنى الدالة من النقطة ع



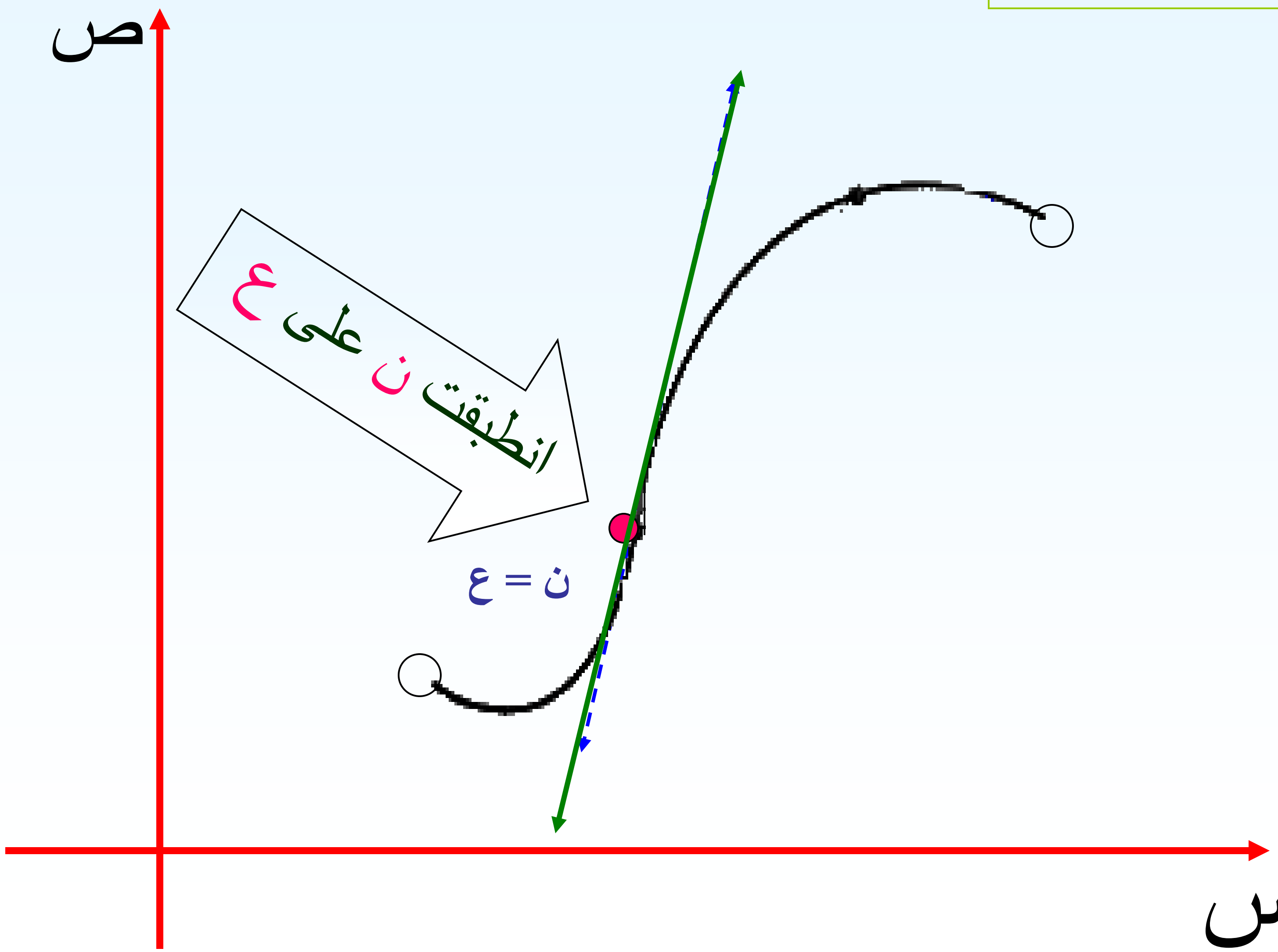
فإن ن ع سيأخذ الأوضاع الآتية :

شكل يمثل جميع الأوضاع المختلفة للمستقيم $\overleftrightarrow{ع ن}$

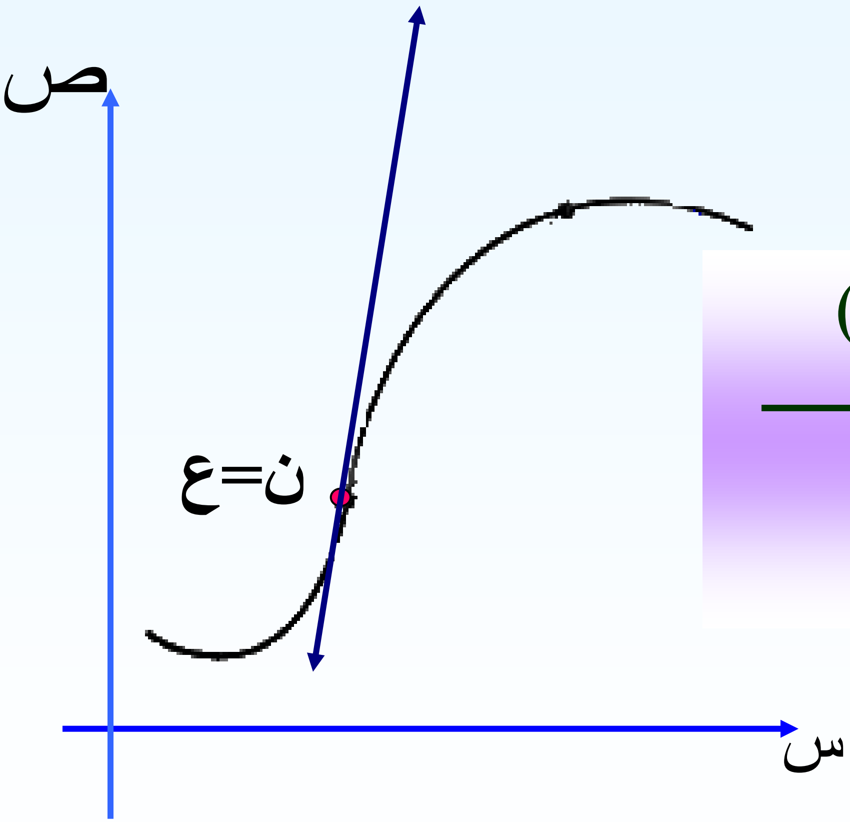


انطبقت ن على ع

وضع المماس



وأصبح الخط المستقيم ن ع مماس للمنحنى عند النقطة ع ويكون ميله م ميلا للماس عند ع



ويكون ميل هذا المماس م حيث

$$م = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س_٠ + هـ) - د(س_٠)}{هـ}$$

، هـ $\neq$ صفر

بشرط أن تكون هذه

النهايات موجودة

مثال :

- اوجد ميل المماس لمنحني الدالة

$$\text{د}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٢$$

عند النقطة (٢ ، ٢)

الحل :

$$\text{ميل المماس م} = \lim_{\text{هـ} \to ٠} \left(\frac{\text{د}(\text{س}_{٠} + \text{هـ}) - \text{د}(\text{س}_{٠})}{\text{هـ}} \right) \quad (\text{إن وجدت})$$

$$\frac{\text{د}(\text{س}_{٠} + \text{هـ}) - \text{د}(\text{س}_{٠})}{\text{هـ}} = \frac{\text{د}(٢ + \text{هـ}) - \text{د}(٢)}{\text{هـ}}$$

$$= \frac{\left((٢ + \text{هـ})^{٢} - ٢\right) - \left((٢)^{٢} - ٢\right)}{\text{هـ}}$$

$$\frac{\text{د(س+هـ) ـ د(س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{(٤ + ٤هـ + هـ}^{٢}\text{ ـ ٢) ـ (٤ ـ ٢)}}{\text{هـ}}$$

$$= \frac{\text{٢ + ٤هـ + هـ}^{٢}\text{ ـ ٢}}{\text{هـ}}$$

$$= \frac{\text{٤هـ + هـ}^{٢}}{\text{هـ}}$$

$$= \frac{\text{هـ (٤ ـ هـ)}}{\text{هـ}}$$

$$= \text{٤ ـ هـ} \qquad \text{حيث هـ} \neq \text{٠}$$

$$\text{م} = \lim_{\text{هـ} \to \text{٠}} \text{(٤ ـ هـ)}$$

$$\text{م} = \text{٤}$$

تدريب :

اوجد ميل المماس لمنحني الدالة د(س) = س^{٢} + ٣س عند النقطة (٣ ، ١٨)