وزارة التربية

منطقة الفروانية التعليمية

ثانوية جليب الشيوخ بنات

تحت اشراف التوجيه
الفني لقسم الرياضيات
تقدم

برنامج
حل المثلث القائم الزاوية

البرنامج من اعداد :

المدرسة عواطف عبد الرحمن

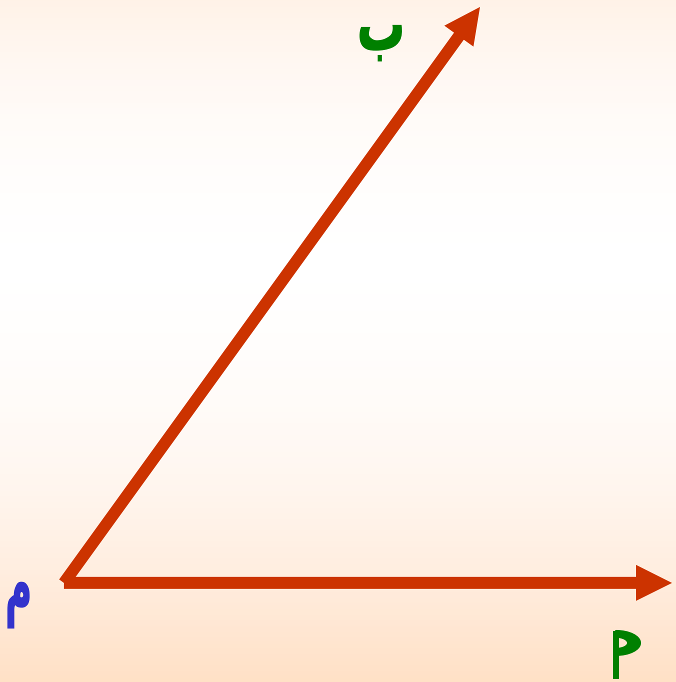
الفهـــــرس :

* الزاوية الموجهة .
* الزاوية الموجهة في وضع قياسي .
* النسب المثلثية الأساسية .
* استخدام حاسبة الجيب الالكترونية في ايجاد النسب المثلثية .
* النسب المثلثية لزاوية في مثلث قائم الزاوية .
* حل المثلث القائم الزاوية .
* تطبيقات على حل المثلث القائم الزاوية :

أولا : زاوية الارتفاع .

ثانيا : زاوية الانخفاض .

الزاوية هي اتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البدء



م رأس الزاويـة

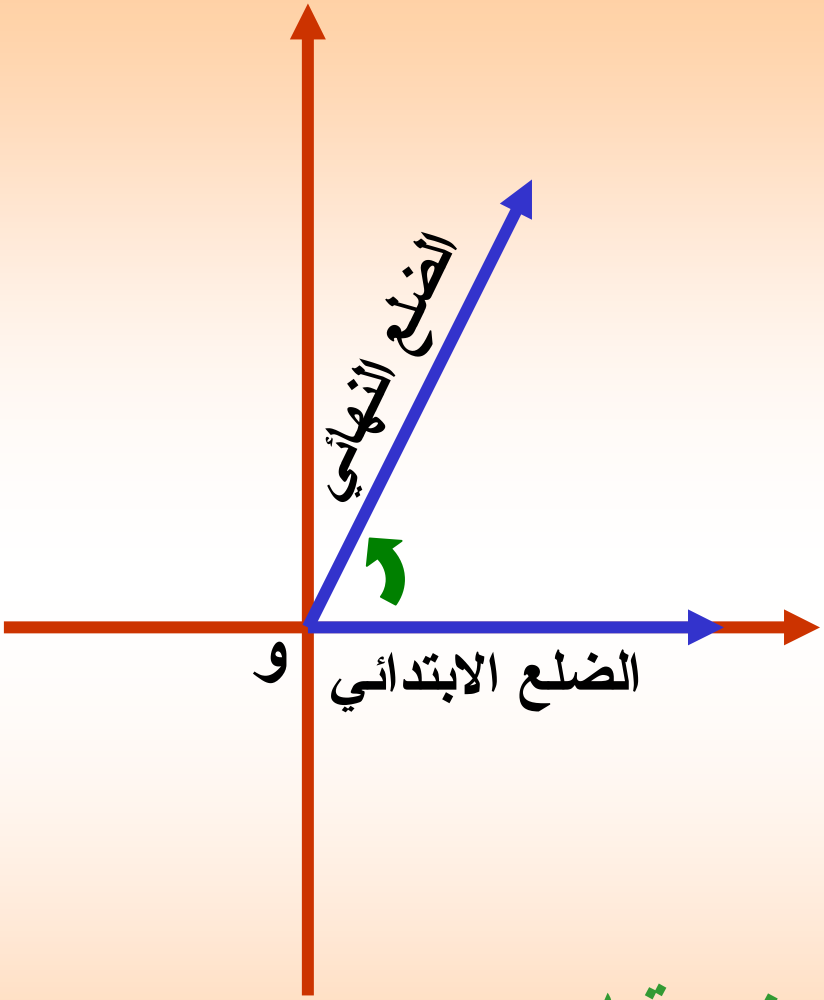
م أ ، م ب ضلعا الزاويـة

اذا ثبت أحد شعاعين الزاوية وسمح للشعاع الثاني بالدوران حول م فانه في كل وضع من أوضاعه يكون مع الشعاع الأول زاوية هذه الزاوية تسمى " زاوية موجهة "

الزاوية الموجهة المرسومة في المستوي الاحداثي .

- اذا كان رأسها نقطة الأصل

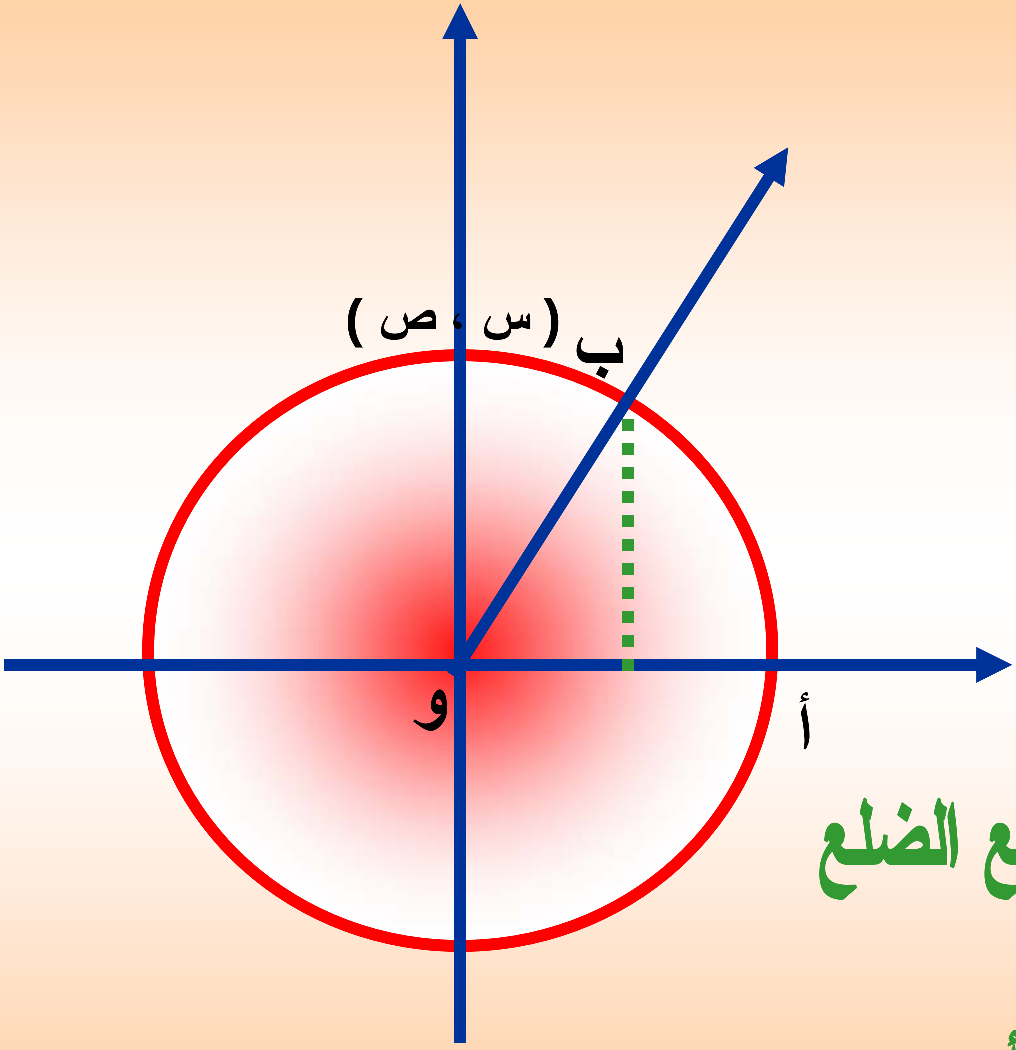
- ضلعها الابتدائي منطبقـــا على الجزء الموجب مــن المحور السيني .



يقال أن الزاويـة الموجـهة في وضع قيـاسي

في الشكل المقابل :

دائرة الوحدة : مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها الوحدة .



أ و ب زاوية موجهة في وضع قياسي .

ب (س ، ص) هي نقطة تقاطع الضلع النهائي مع دائرة الوحدة

ب تسمى نقطة مثلثية للزاوية أ و ب .

* عين الزاوية الموجهه أ $\hat{ب}$ حـ التي تكون في وضع قياسي اذا كانت النقاط أ ، ب، حـ

١) أ (٣ ، ٠) ب (٠ ، ٠) حـ (-٢ ، ٣)

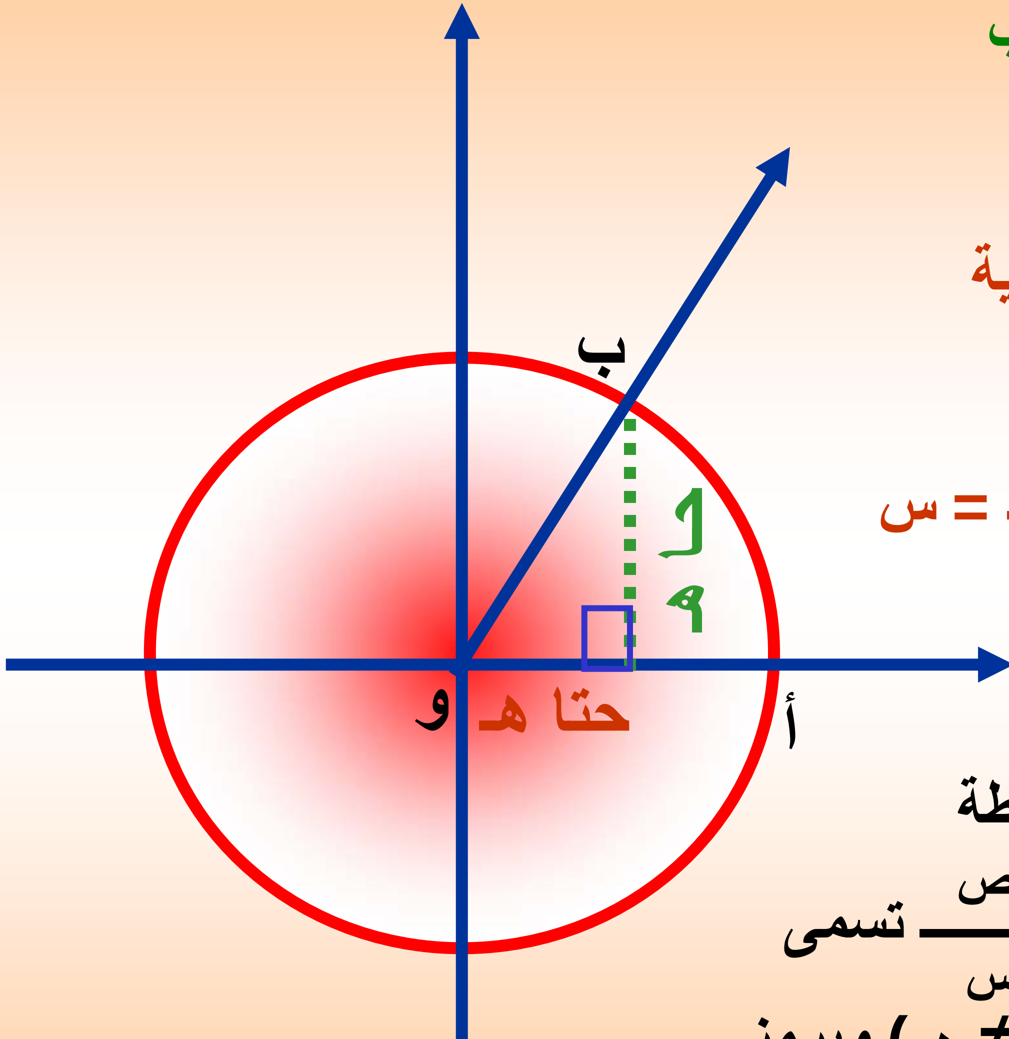
تمثل | لا تمثل

٢) أ (٢ ، ٢) ب (٠ ، ٠) حـ (٠ ، ٤)

تمثل | لا تمثل

٣) أ (-٣ ، ٠) ب (١ ، ١) حـ (٣ ، ٠)

تمثل | لا تمثل



- الاحداثي الصادي للنقطة المثلثية لزاوية قياسها هـ يسمى جيب الزاوية هـ وتكتب

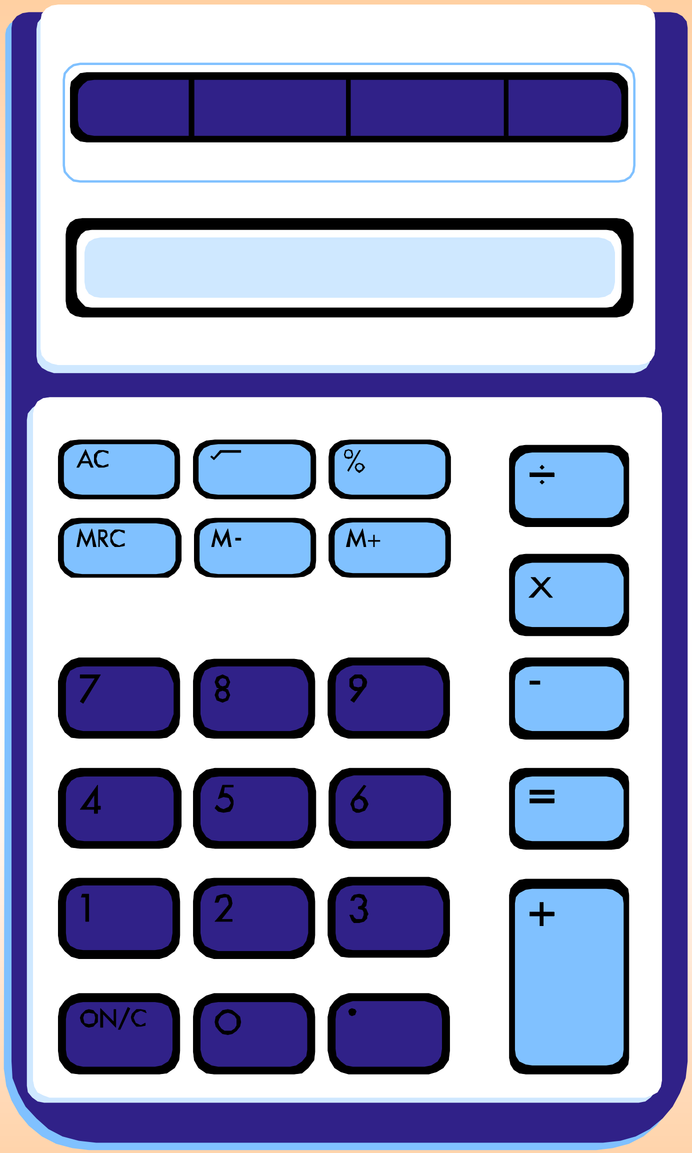
جيب هـ = ص ، أو حاهـ = ص

- الاحداثي السيني للنقطة المثلثية لزاوية قياسها هـ يسمى جيب تمام الزاوية هـ

وتكتب جيب تمام هـ = س ، أو حتا هـ = س

- اذا كانت النقطة (س ، ص) هي النقطة المثلثية لزاوية قياسها هـ فان النسبة $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ تسمى ظل الزاوية التي قياسها هـ (حيث س ≠ ٠) ويرمز لها عادة بالرمز ظاهـ أي أن ظاهـ = $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ = $\frac{\text{حتاهـ}}{\text{حاهـ}}$ ، س ≠ ٠

استخدام حاسبة الجيب الاكـــترونية في إيجاد قيم النســـب المثلثيـــة



توجد المفاتيح الآتية على جميع الحاسبات العلمية :

Sin	مفتاح (حـا) اختصار كلمة **sine** التي تعني (جيب)
Cos	مفتاح (حتا) اختصار كلمة **cosine** التي تعني (جيب تمام)
tan	مفتاح (ظا) اختصار كلمة **tangent** التي تعني (ظل)
°,,,	يستخدم لادخال أجزاء الدرجة (الدقيقة ، والثانية)
SHIFT	يستخدم لمعرفة قياس الزاوية التي علمت احدى نسبها المثلثية

أولا : ادخال قياس الزاوية :

لادخال ٤٥″ ١٥′ ٣٥° الى الحاسبة نستخدم المفاتيح الآتية
من اليسار الى اليمين

3	5	°,,,	1	5	°,,,	4	5	°,,,

يظهر على الشاشة **35.2625**

ثم نستخدم المفاتيح التالية :

SHIFT	°,,,

فيظهر على الشاشة **35 □15 □45 □**

ثانيا : ايجاد النسب المثلثية لزاوية قياسها معلوم :

مثالـ١ـ : أوجد حا ٨٠° باستخدام الآلة الحاسبة .

Sin	8	0	=

يظهر على الشاشة 0.9848

اذا حا ٨٠° = ٠,٩٨٤٨

مثالـ٢ـ : أوجد حتا ٣٠َ ٤٥° باستخدام الآلة الحاسبة .

Cos	4	5	°,,,	3	0	°,,,	=

يظهر على الشاشة 0.7133

اذا حتا ٣٠َ ٤٥° = ٠,٧١٣٣

مثالـ٣ـ : أوجد ظا ١٥″ ٣٠′ ٢٣°

tan | 2 | 3 | °,,, | 3 | 0 | °,,, | 1 | 5 | °,,, | =

يظهر على الشاشة 0.4349

اذا ظا ١٥″ ٣٠′ ٢٣° = ٠,٤٣٤٩

ثالثا: ايجاد قياس الزاوية اذا علمت قيمة احدى النسب المثلثية .

مثالـ١ـ : أوجد قيمة س اذا كان :

أ) حـا س = ١

SHIFT	Sin	1	=

يظهر على الشاشة 90

اذا س = ٩٠°

ب) حتاس = $\frac{١}{٢}$

SHIFT | Cos | . | 5 | =

يظهر على الشاشة 60

اذا س = ٦٠°

ج) ظاس = ٢,٠٣٥٣

SHIFT | tan | 2 | . | 0 | 3 | 5 | 3 | =

يظهر على الشاشة 63.8338

لتحويلها الى زاوية :

SHIFT | °,,,

يظهر على الشاشة 63□50□1.75□

اذا س = ٦٣° ٥٠′ ١,٧٦″

اختاري (أ) اذا كانت العبارة صحيحة و (ب) اذا كانت العبارة حاطئة : (باستخدام الآلة الحاسبة)

١) حــا ٨٠° ≈ ٠,٩٨٤٨   أ   ب

٢) اذا كان حتا س = ١ فان ق (س) = 90°

٠° ≥ س > 180°   أ   ب

٣) ظا ٤٤ً ٢٠َ ٣٥° ≈ ٠,٧٠٩٢٣   أ   ب

٤) حتا ٤٥° حـا ٤٥° = حتا ٣٠°   أ   ب

حـــل المثلث القائم الزاويـة

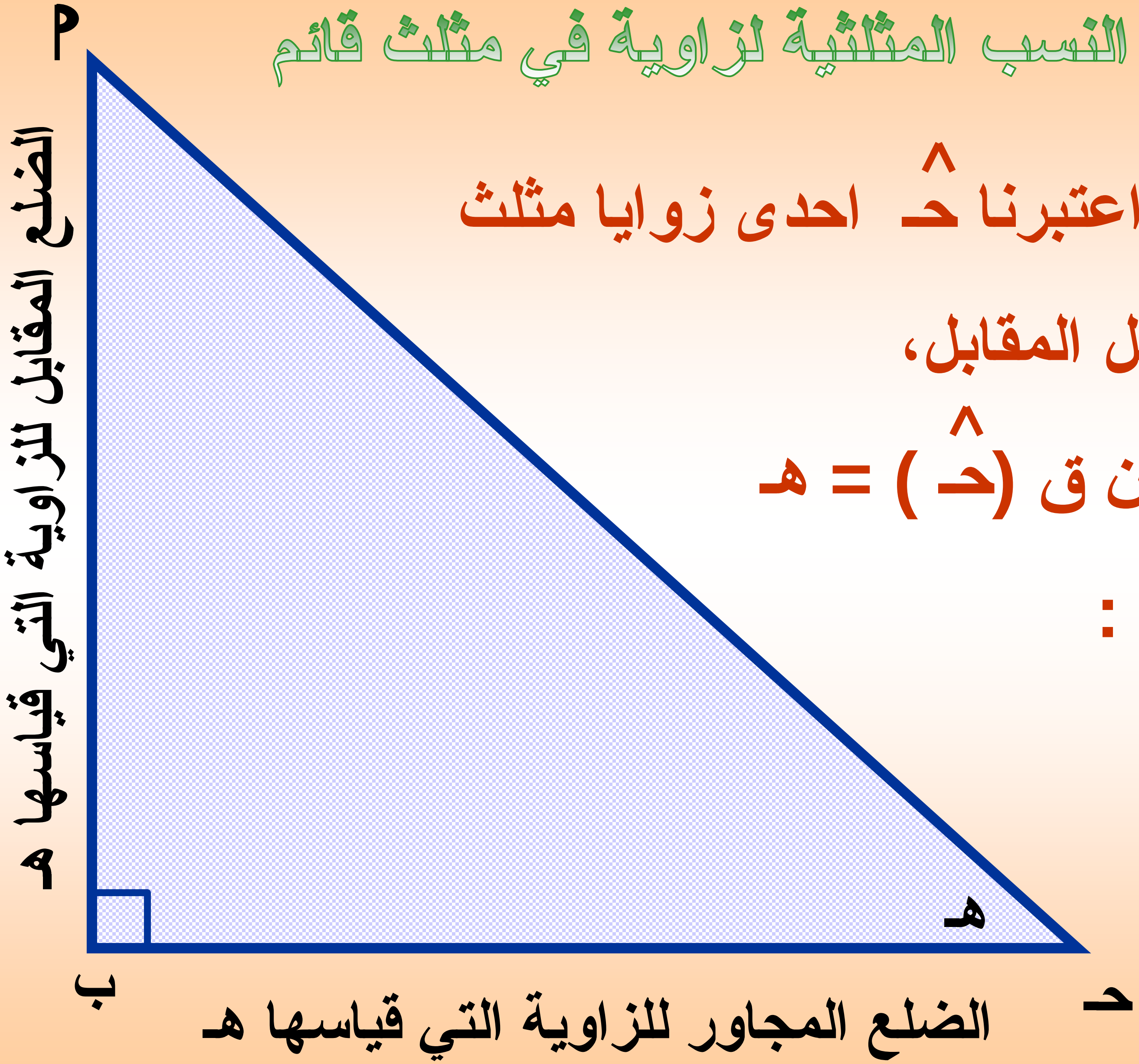
أولا : النسب المثلثية لزاوية في مثلث قائم

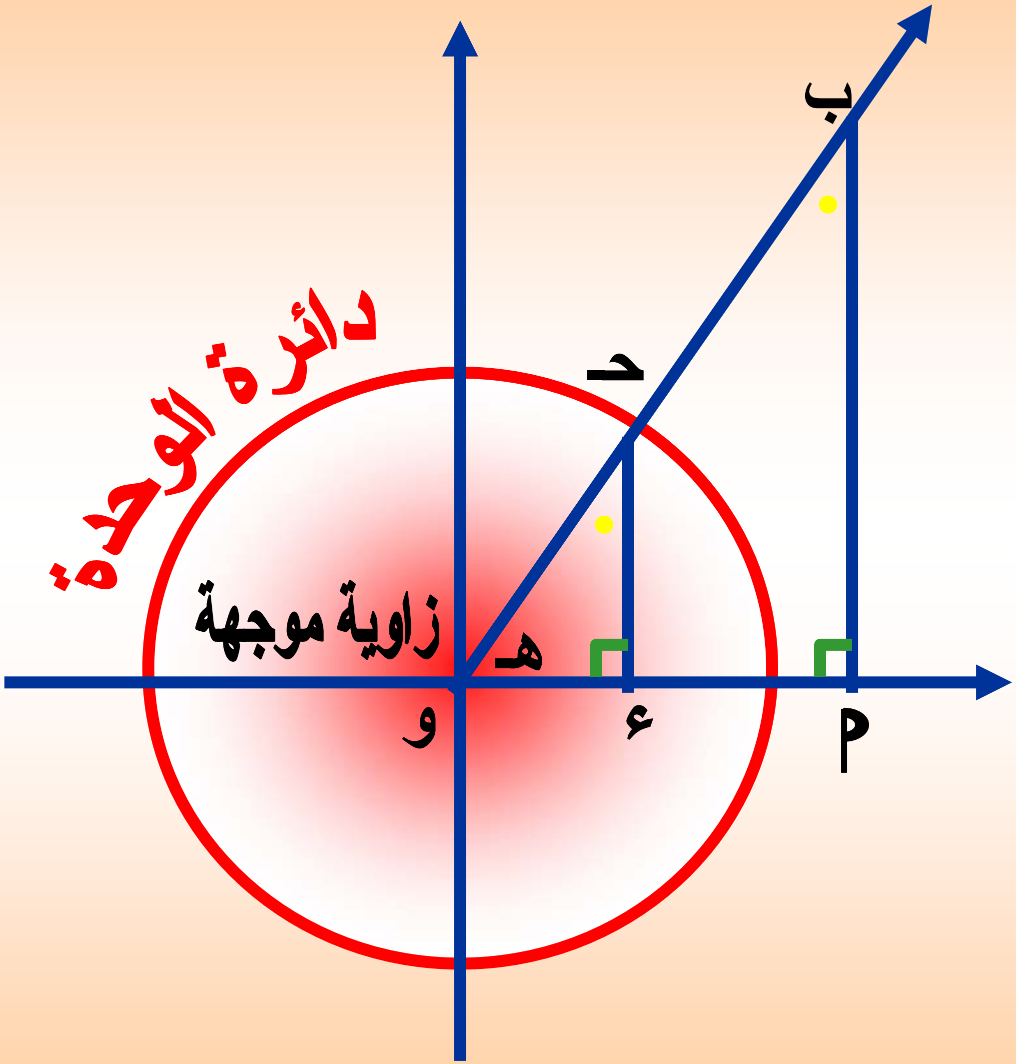
اذا اعتبرنا $\hat{حـ}$ احدى زوايا مثلث

الشكل المقابل،

وكان ق ($\hat{حـ}$) = هـ

فان :





* يتشابه المثلثان لتطابق الزوايا المتناظرة .

ويتنتج من التشابه :

$$\frac{\text{حـ ء}}{\text{ب أ}} = \frac{\text{ء و}}{\text{أ و}} = \frac{\text{حـ و}}{\text{ب و}}$$

$$\frac{\text{حاهـ}}{\text{ب أ}} = \frac{\text{حتاهـ}}{\text{أ و}} = \frac{\text{١}}{\text{ب و}}$$

مما سبق :

حاهـ = ب م / ب و

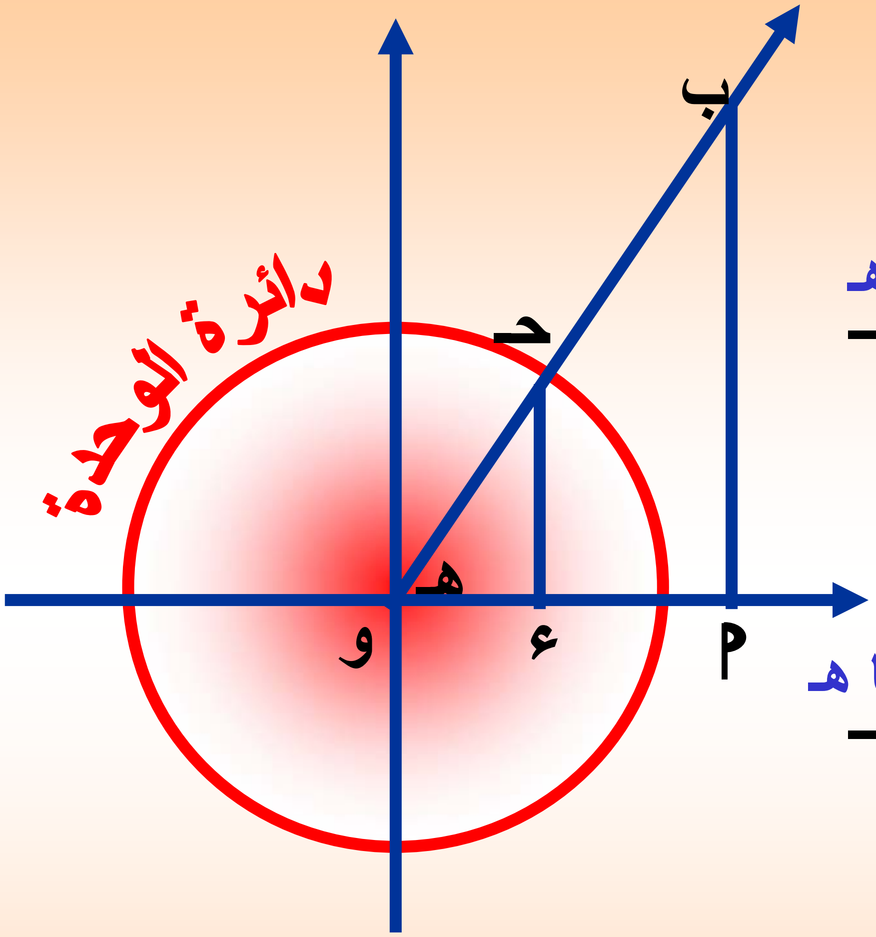
= طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها هـ / طول الوتر

حتا هـ = و م / ب و

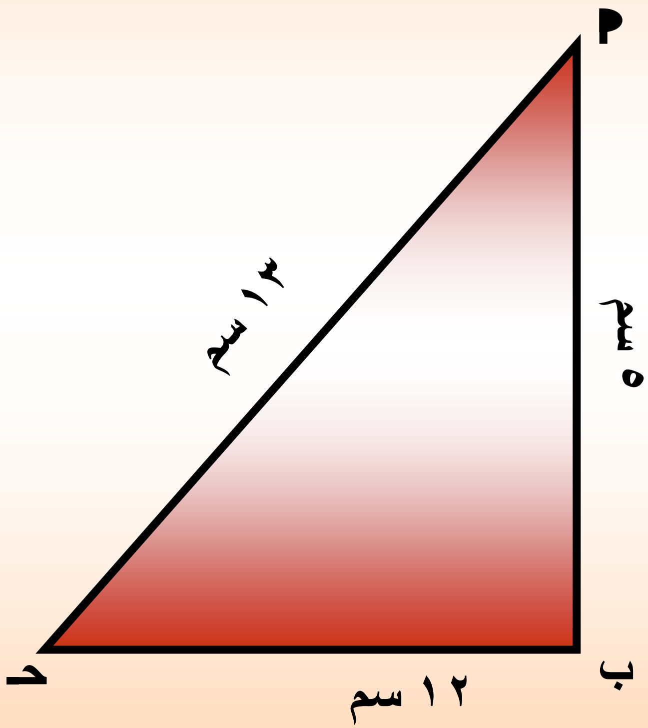
= طول الضلع المجاور للزاوية التي قياسها هـ / طول الوتر

ظا هـ = ب م / م و

= طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها هـ / طول الضلع المجاور للزاوية التي قياسها هـ



مثال ـ ١ـ : أوجد النسب المثلثية الأساسية (حا ، حتا ، ظا) لكل من الزاوية الحادة ، حـ في الشكل المقابل .



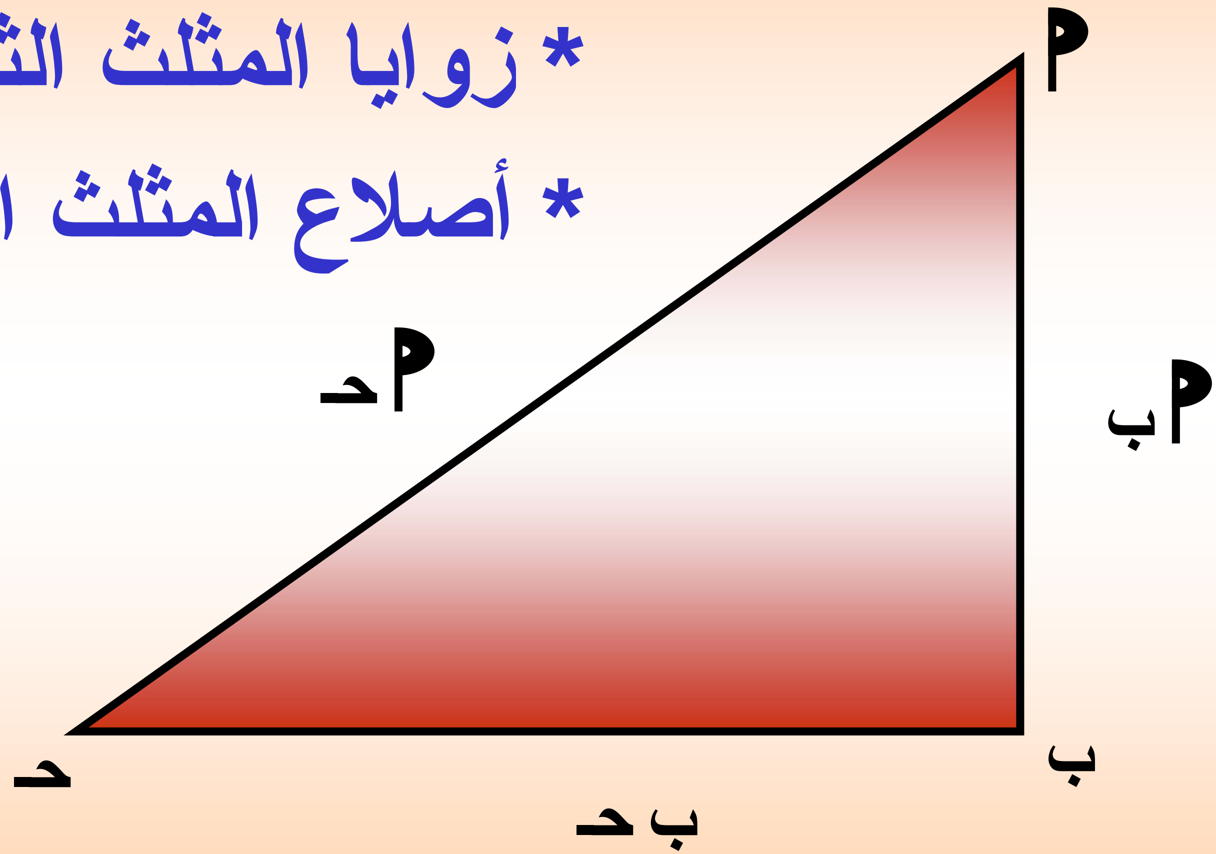
حا حـ = $\frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الوتر}}$ = $\frac{٥}{١٣}$

حتا حـ = $\frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}}$ = $\frac{١٢}{١٣}$

ظا حـ = $\frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}}$ = $\frac{٥}{١٢}$

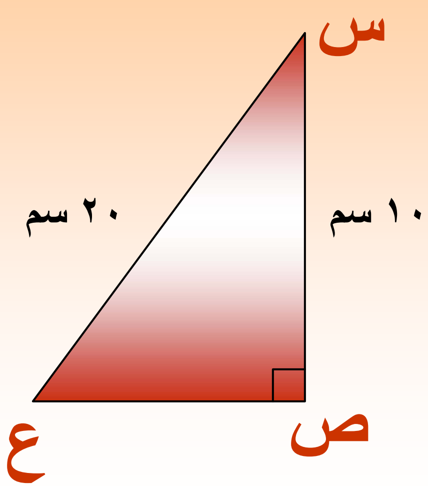
لأي مثلث ﻡ ب حـ يتعين ست عناصر هي :

* زوايا المثلث الثلاثه
* أصلاع المثلث الثلاثه



ونعني بحل المثلث تعين عناصره الستة

مثالـ١ـ : حل المثلث س ص ع قائم الزاوية ص في الحالات التالية :



١) س ع = ٢٠ سم ، س ص = ١٠ سم

حيث أن ق ($\hat{ص}$) = ٩٠° ، اذا بتطبيق نظرية فيثاغورث

(س ع) ٢ = (س ص) ٢ + (ص ع) ٢

(ص ع) ٢ = (س ع) ٢ ـ (س ص) ٢ = (٢٠) ٢ ـ (١٠) ٢ = ٤٠٠ ـ ١٠٠ = ٣٠٠

اذا ص ع = $\sqrt{٣٠٠}$ = ١٧,٣٢٠٥ سم تقريبا .

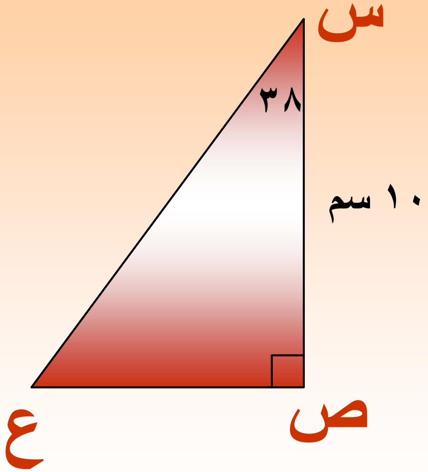
حا ع = طول الضلع المقابل للزاوية ع / طول الوتر = س ص / س ع = ١٠ / ٢٠ = ١ / ٢

اذا ق (ع) = 30°

ق (س) = 180° – (90° + 30°) = ١٨٠° – ١٢٠° = ٦٠°

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخله = 180°

٢) ق ($\hat{\text{س}}$) = ٣٨° ، س ص = ١٠ سم



ق ($\hat{\text{ع}}$) = ١٨٠° − (٩٠° + ٣٨°)

= ١٨٠° − ١٢٨° = ٥٢°

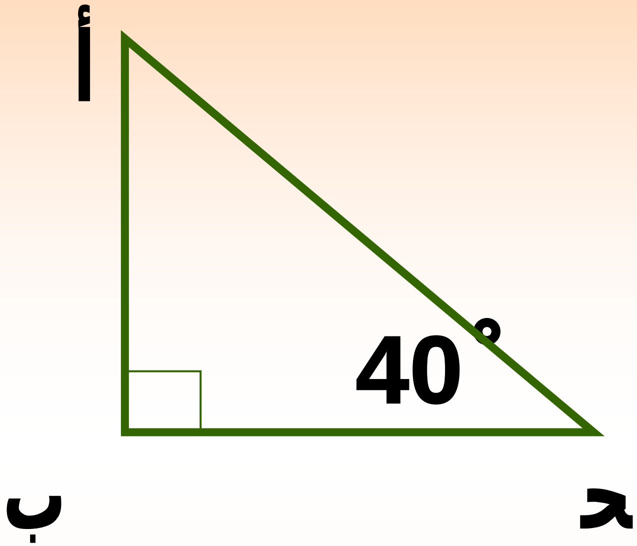
$$\text{حتا ٣٨°} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية التي قياسها 38°}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{س ص}}{\text{س ع}}$$

$$\text{حتا ٣٨°} = \frac{\text{١٠}}{\text{س ع}} \Leftarrow \text{س ع} = \frac{\text{١٠}}{\text{حتا ٣٨°}} = \text{١٢,٦٩٠٢ سم تقريبا}$$

$$\text{ظا ٣٨°} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها 38°}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية التي قياسها 38°}} = \frac{\text{ص ع}}{\text{س ص}}$$

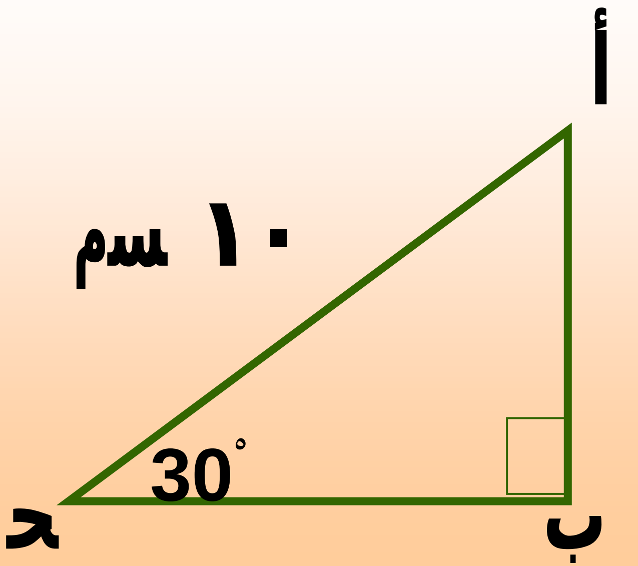
$$\text{ظا ٣٨°} = \frac{\text{ص ع}}{\text{١٠}} \Leftarrow \text{ص ع} = \text{١٠} \times \text{ظا ٣٨°} = \text{٧,٨١٢٩ سم تقريبا}$$

- للعبارات التالية أربع اختيارات اختاري الاجابة الصحيحة منها :



١) في الشكل المقابل ب حـ =

- ☐ أ حـ حا 40°
- ☐ أ حـ حا 50°
- ☐ أ ب ظا 40°
- ☐ أ حـ ظا 40°



٢) في الشكل المقابل أ ب =

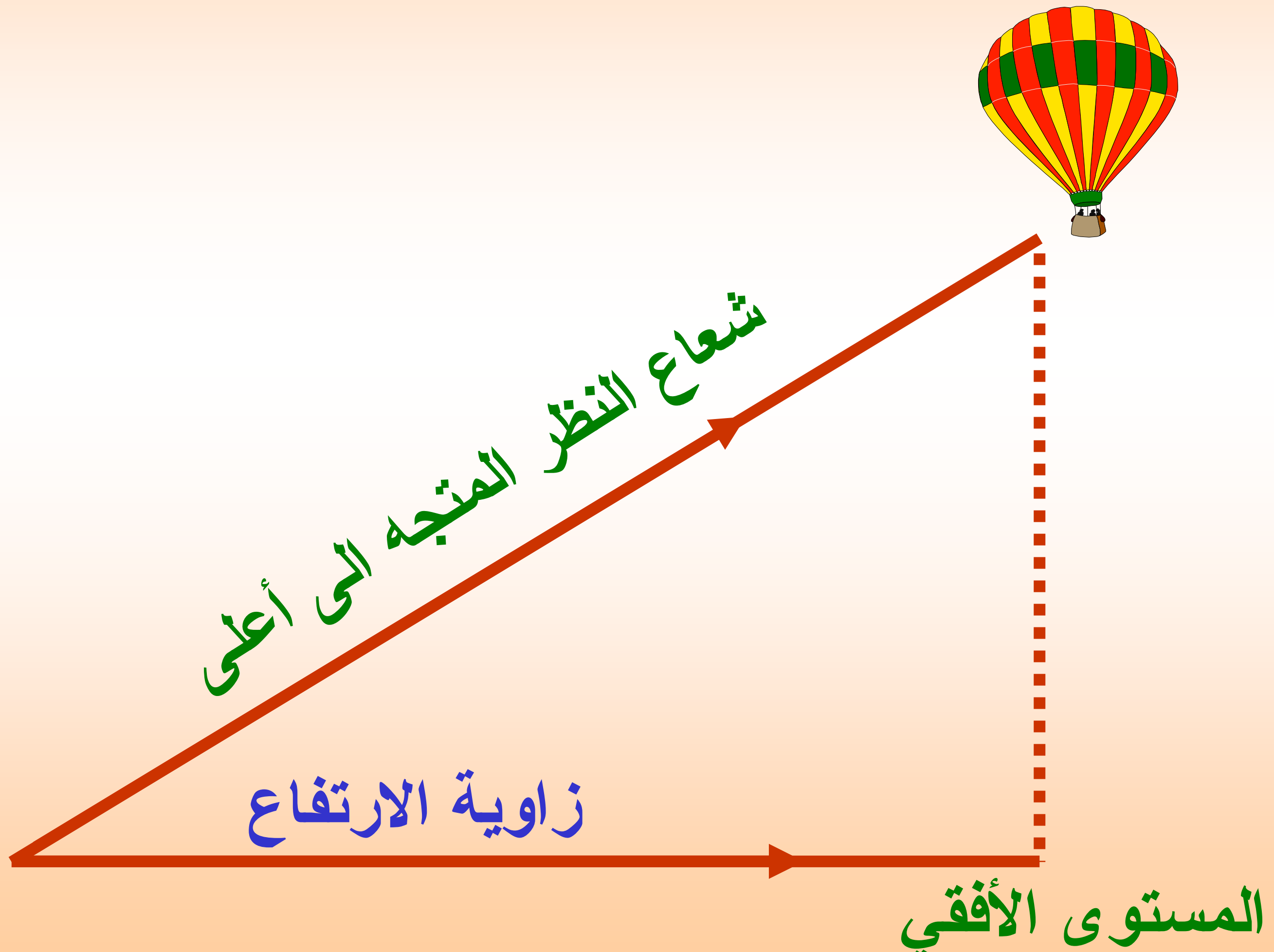
- ☐ $\frac{١٠}{\text{حا } ٣٠^\circ}$
- ☐ ١٠ حتا 30°
- ☐ ١٠حتا 60°
- ☐ ١٠ ظا ٣٠°

تطبيقات على حل
المثلث القائم الزاوية
أولا: زاوية الارتفاع

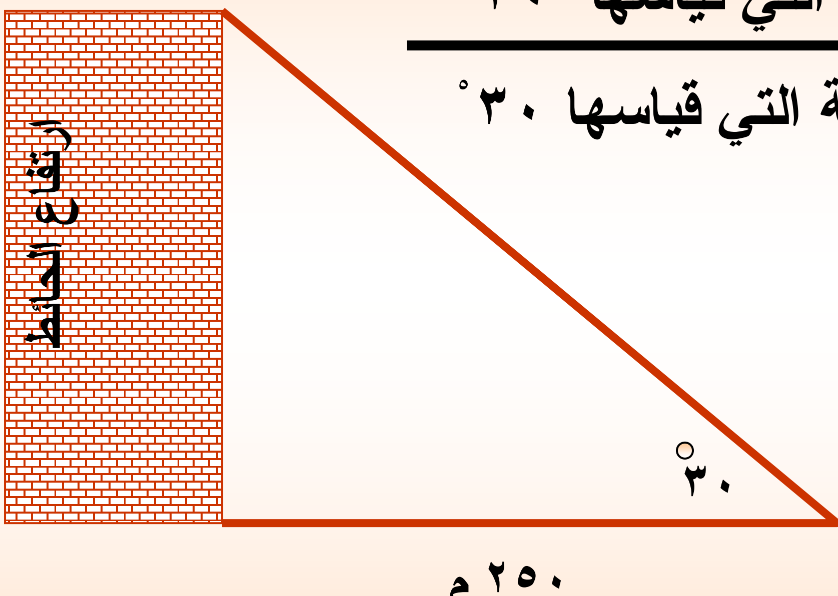
تطبيقات على حل
المثلث القائم الزاوية
أولا: زاوية الارتفاع

الزاوية الناتجة من اتحاد شعاع النظر الى أعلى (شعاع النظر)

والشعاع الأفقي البادئ من العين يسمى " زاوية ارتفاع "



مثالـ١ـ : يقف رجل على بعد ٢٥٠ مترا من قاعدة مبنى فاذا كان قياس زاوية ارتفاع المبنى يساوي ٣٠° فأوجد ارتفاع هذا المبنى .



$$\text{ظا } ٣٠° = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها } ٣٠°}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية التي قياسها } ٣٠°}$$

$$\text{ظا } ٣٠° = \frac{\text{ارتفاع الحائط}}{٢٥٠}$$

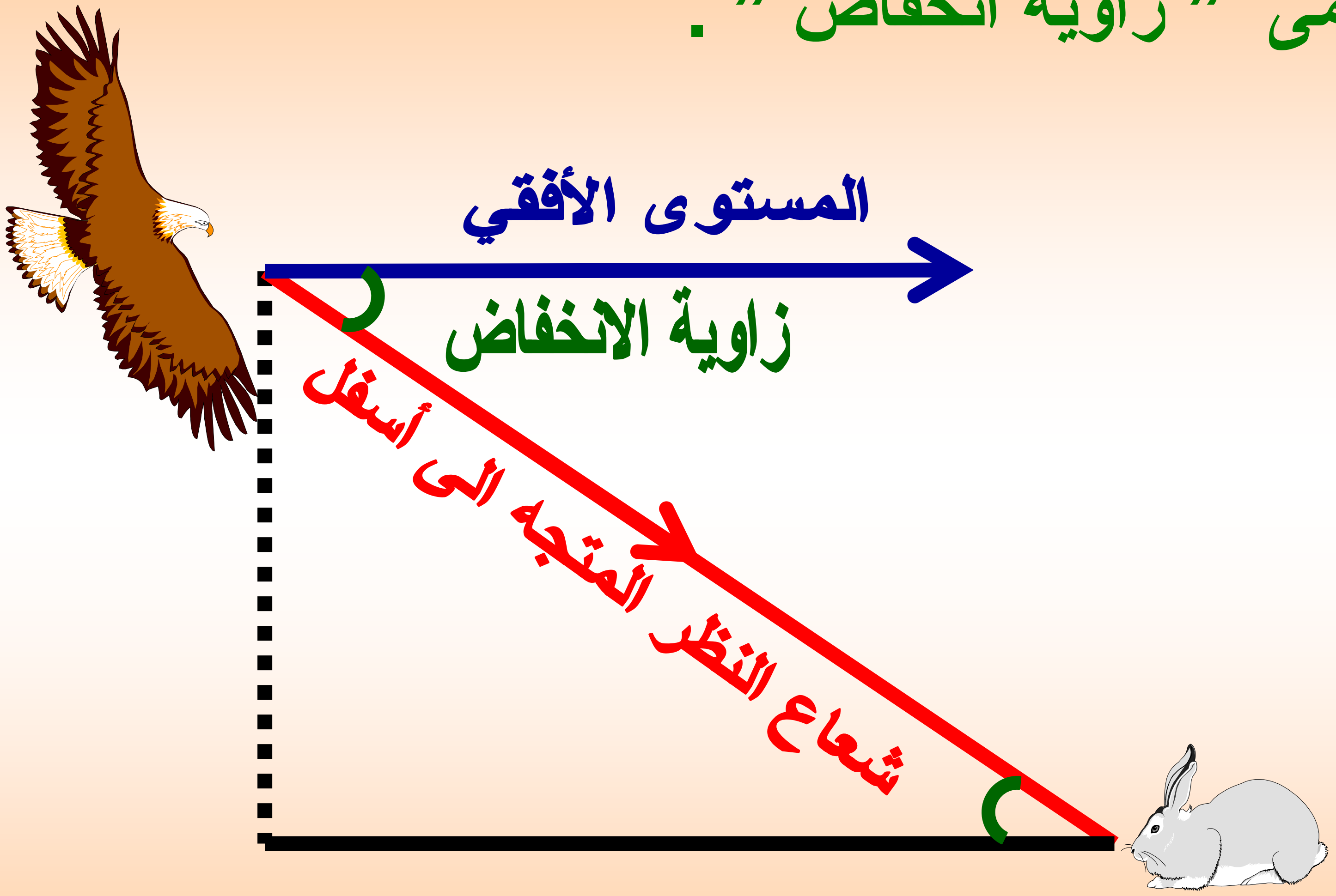
ارتفاع الحائط = ٢٥٠ × ظا ٣٠°

= ١٤٤,٣٣٧٦ متر تقريبا

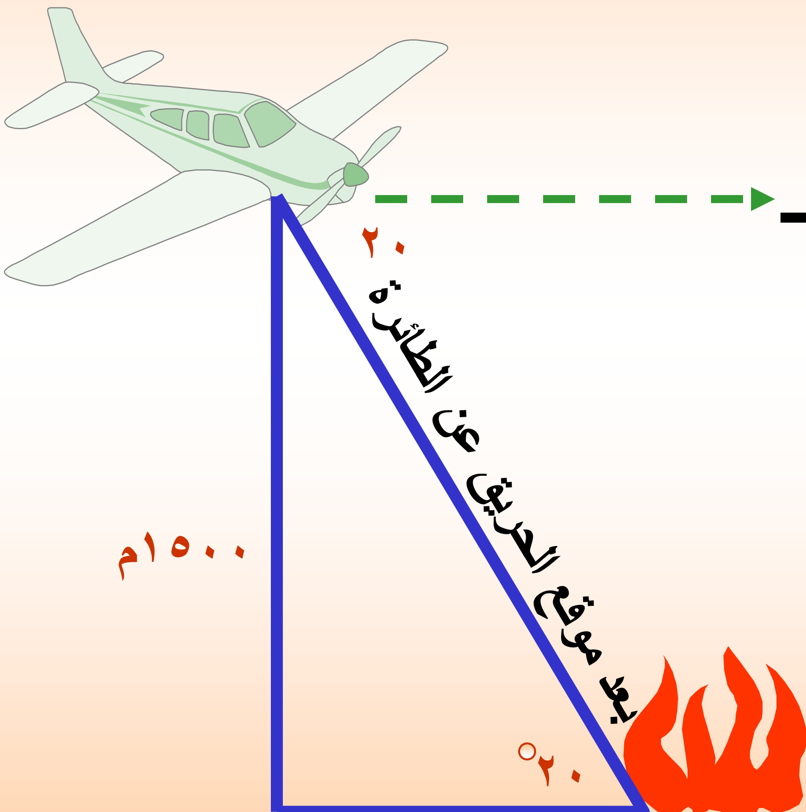
تطبيقات على حل
المثلث القائم الزاوية
أولا: زاوية الانخفاض

تطبيقات على حل
المثلث القائم الزاوية
أولا: زاوية الانخفاض

الزاوية الناتجة من اتحاد الشعاع الأفقي للنظر وشعاع النظر تسمى " زاوية انخفاض " .



مثالـ١ـ : بينما كان أحد أفراد الدفاع المدني يحلق بطائرته العمودية على ارتفاع ١٥٠٠ متر من أرض مستوية شاهد حريقا على سطح الأرض بزاوية انخفاض قياسها ٢٠ ˚ فكم يبعد موقع الحريق عن الطائرة في تلك اللحظة .



حا 20˚ = (طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها هـ) / (طول الوتر)

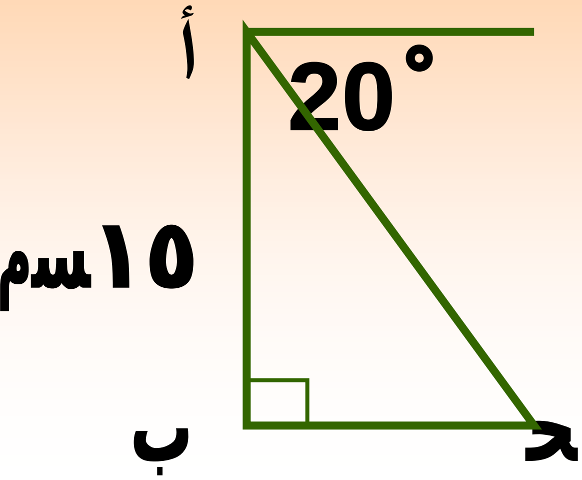
حا ٢٠˚ = (١٥٠٠) / (بعد موقع الحريق عن الطائرة)

بعد موقع الحريق عن الطائرة = (١٥٠٠) / (حا ٢٠˚)

= ٤٣٨٥,٧٠٦٦ مترا

- للعبارات التالية أربع اختيارات اختاري الاجابة الصحيحة منها :

١) في الشكل المقابل ب حـ :



- ١٥ ظا 20˚
- $\frac{١٥}{ظا 70˚}$
- أ حـ حتا 70˚
- ١٥ حتا 20˚

٢) رجل يبعد عن قاعدة منزل مسافه ١٥م ، فاذا كانت زاوية ارتفاع المنزل 65˚ فان ارتفاع المنزل =

- ٣٢,١٦٧٦ م
- ١٣,٥٩٤٦ م
- ٦,٩٩٤٦ م
- ٦,٣٣٩٢ م

لاتمثل زاوية في وضع قياسي

أ (٢ ، ٢) $\not\ni$ لمحور السينات الموجب

الضلع الابتدائي لا منطبق على محور السينات الموجب

ب (٠ ، ٠) نقطة الأصل

رأس الزاوية نقطة الأصل

لا تمثل زاوية في وضع قياسي

أ (-٣ ، ٠) ∋ لمحور السينات السالب

الضلع الابتدائي لا منطبق على محور السينات الموجب

ب (١ ، ١) رأس الزاوية

رأس الزاوية ليس نقطة الأصل

تمثل زاوية في وضع قياسي

أ (٣ ، ٠) ∋ لمحور السينات الموجب

الضلع الابتدائي منطبق على محور السينات الموجب

ب (٠ ، ٠) نقطة الأصل

رأس الزاوية نقطة الأصل