ثانوية حمد عيسى الرجيب
قسم الرياضيات

درس بعنوان

المستقيمات والمستويات المتوازية

الصف الثاني عشر علمي

تقديم

أ / مفيد عبد الرزاق بستاني

بإشراف

أ / عبد العظيم الليثي (رئيس القسم)

أ. عبد الوهاب نور الدين (موجه الرياضيات)

أ. اسماعيل محمد بهمن (مدير المدرسة)

أ. حصة العلي (الموجه الفني الأولى)

الأهداف السلوكية

١ – يذكر أنه اذا وازي مستقيم مستقيماً في المستوى فانه يوازي المستوى

٢ – يبرهن أنه اذا وازي مستقيم مستقيماً في المستوى فانه يوازي المستوى

٣ – إذا وازى مستقيم مستوياً فكل مستو مار بالمستقيم وقاطع المستوى المعلوم يقطعه في مستقيم يوازي المستقيم المعلوم

٤ – يبرهن نظرية ٦

٥ – يذكرأن المستقيمان الموازيان لثالث في الفضاء متوازيان

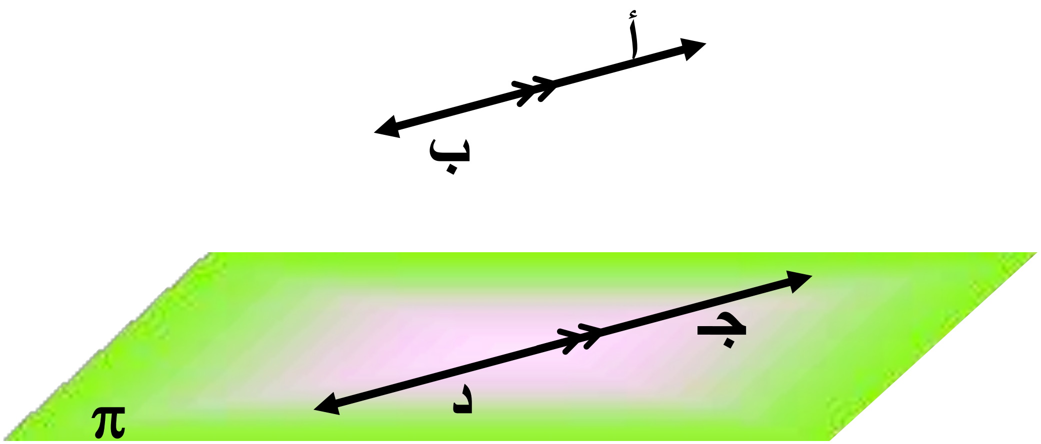
٦ – يذكر أنه إذا توازي مستقيمان و مر بكل منهما مستوٍ و تقاطع المستويان فإن خط تقاطعهما يوازي كل من المستقيمين

٧ – يحل تمارين منوعة

بند (٣ ـ ٣) المستقيمات و المستويات المتوازية

نظرية (٥)

إذا وازي مستقيم خارج مستوٍ مستقيماً في المستوي فإنه يوازي المستوي



المعطيات

أ ب خارج المستوي π ،

جـ د واقع في المستوي π

أي أن جـ د ⊆ π ، أ ب // جـ د

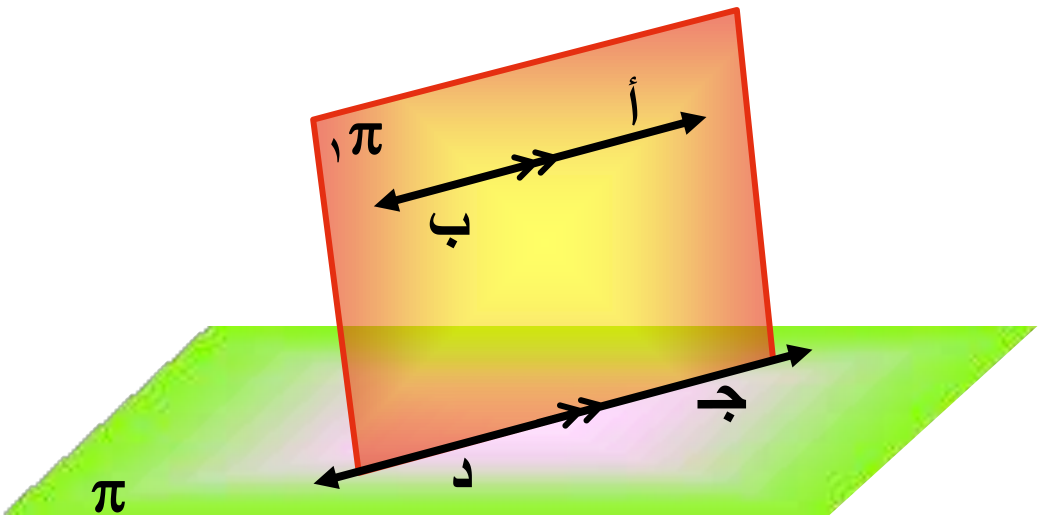
المطلوب

إثبات أن أ ب // π

البرهان

بما أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ (فرضاً)

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ يعينان مستوياً π_1 يقطع π في $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$



نفرض أ ن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ لا يوازي المستوي π

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يقطع المستوي π في نقطة

تنتمي الى كل من π ، π_1

أي أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يقطع المستوي π في نقطة

من نقاط تقاطع π ، π_1 (وهو $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$)

وهذا يخالف الفرض لأن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ لا يمكن أن يقطع المستوي π

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // π

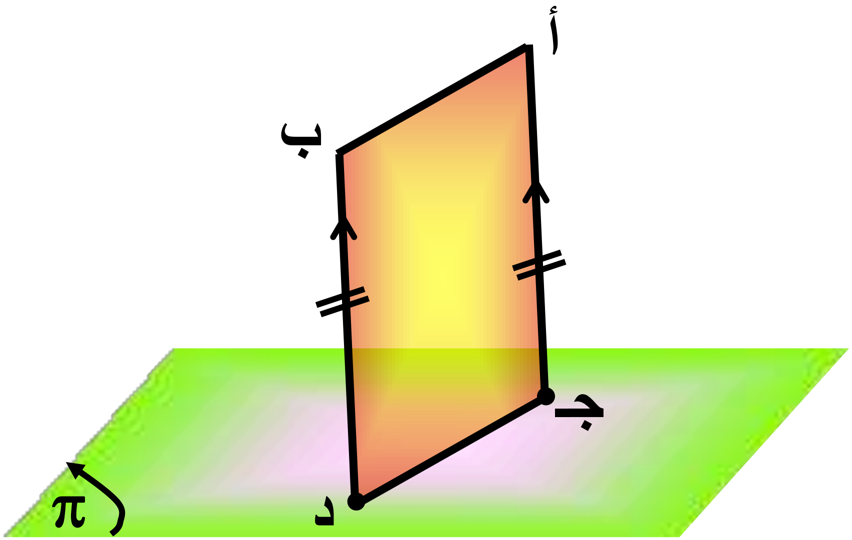
وهو المطلوب

مثال

في الشكل النقطتان جـ ، د تنتميان الى المستوي π

$\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{ب د}}$ ، أ جـ = ب د

برهن أن $\overline{\text{أ ب}}$ // π



الحل

بما أن $\overline{\text{أ جـ}}$ // $\overline{\text{ب د}}$ ، أ جـ = ب د

∴ أ جـ د ب متوازي أضلاع

∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{جـ د}}$ حيث $\overline{\text{جـ د}} \subseteq \pi$

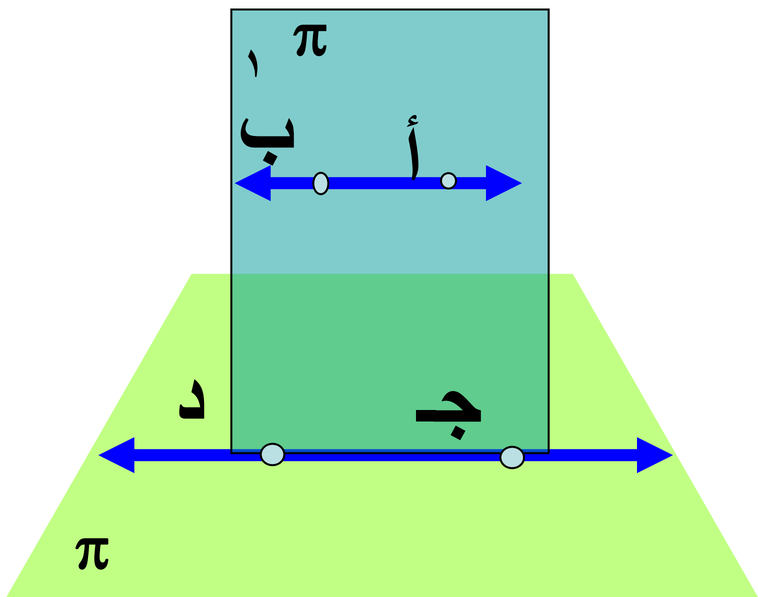
∴ $\overline{\text{أ ب}}$ // π (نظرية)

نظرية (٦)

إذا وازى مستقيم مستوياً فكل مستو مار بالمستقيم وقاطع المستوى المعلوم يقطعه في مستقيم يوازي المستقيم المعلوم .

المعطيات: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \parallel \pi$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \subseteq \pi_{١}$ ، $\pi_{١} \cap \pi = \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

المطلوب : إثبات أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$



البرهان : بما أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \parallel \pi$

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ لا يقطع π

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ لا يلاقي أي مستقيم في المستوى π

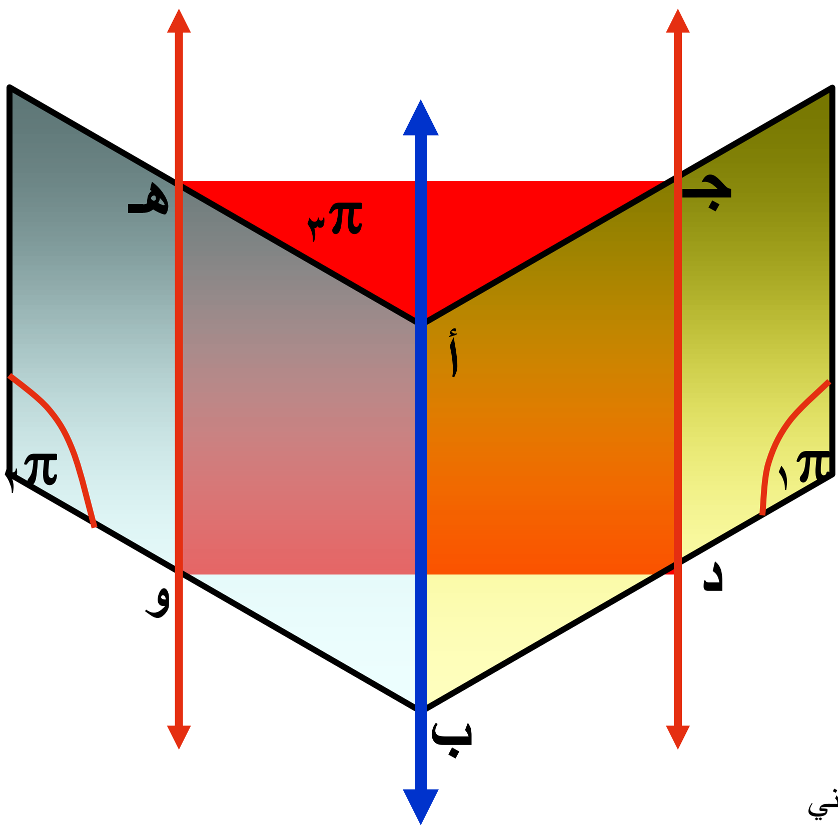
∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ لا يلاقي $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ـــــــ (١)

بما أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ واقعان في المستوى $\pi_{١}$ ـــــــ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

نظرية (٧)

المستقيمان الموازيان لثالث في الفضاء متوازيان



أستخدام النظرية

اذا كان جـ د // أ ب

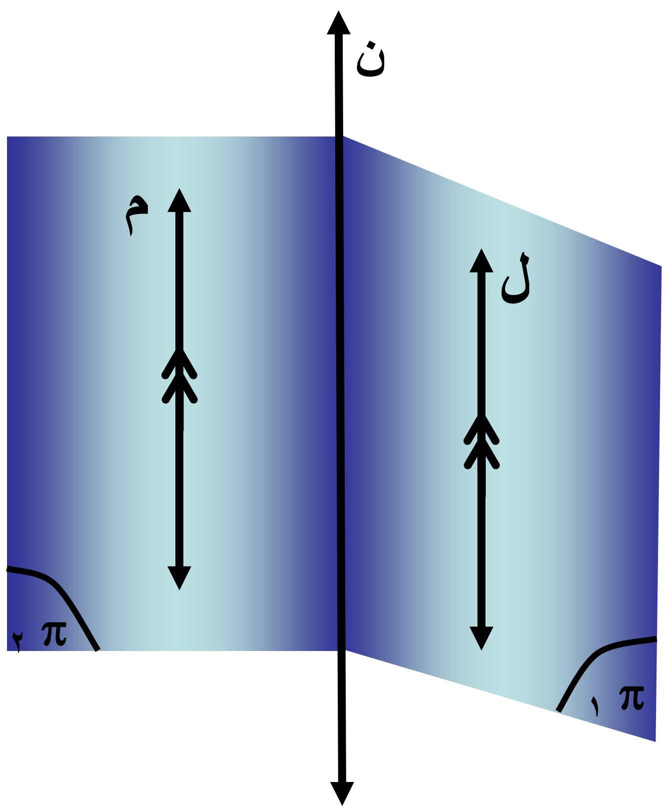
، هـ و // أ ب

فان جـ د // هـ و

نتيجة

إذا توازي مستقيمان و مر بكل منهما مستوٍ و تقاطع المستويان فإن خط تقاطعهما يوازي كل من المستقيمين

استخدام النتيجة



اذا كان ل // م ، ل $\supseteq$ $\pi_١$

، م $\supseteq$ $\pi_٢$

، $\pi_١ \cap \pi_٢$ = ن

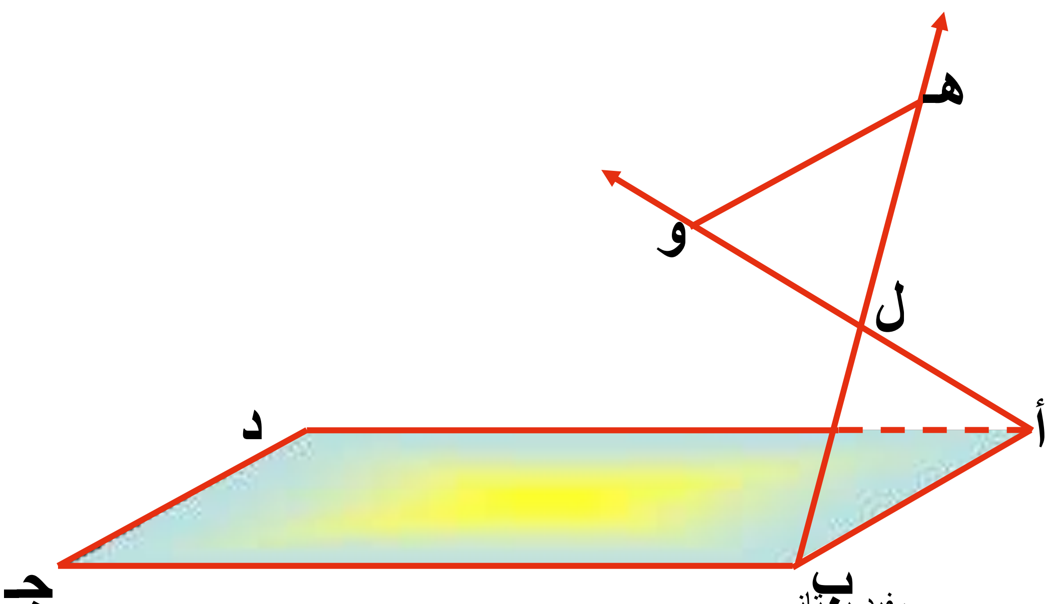
فان ل // ن ، م // ن

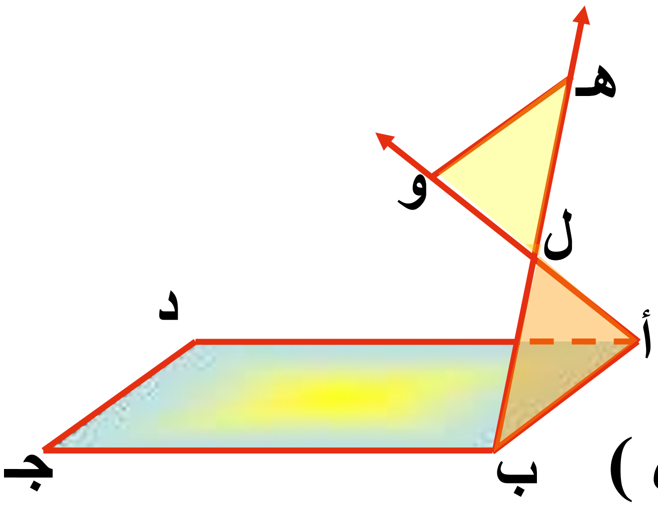
تمارين (٣ – ٣)

أسئلة مقاليه :

١ أ ب جـ د متوازي أضلاع ، النقطة ل تقع خارج مستوي متوازي الأضلاع رسم من أ ، ب المستقيمان $\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{هـ ب}}$ المتقاطعان في نقطة ل ، فإذا كان :

$\frac{\text{ل أ}}{\text{ل ب}} = \frac{\text{ل و}}{\text{ل هـ}}$ فاثبت أن $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ يوازي مستوي متوازي الأضلاع





الحل :

في المثلثين ل أ ب ، ل هـ و :

ل أ / ل ب = ل و / ل هـ (معطى)

، ق { أ ل ب } = ق { هـ ل و } (بالتقابل بالرأس)

فان المثلث أ ل ب يشابه المثلث هـ ل و

و ينتج من التشابه أن :

ق { ل ب أ } = ق { ل هـ و } و هما في وضع تبادل

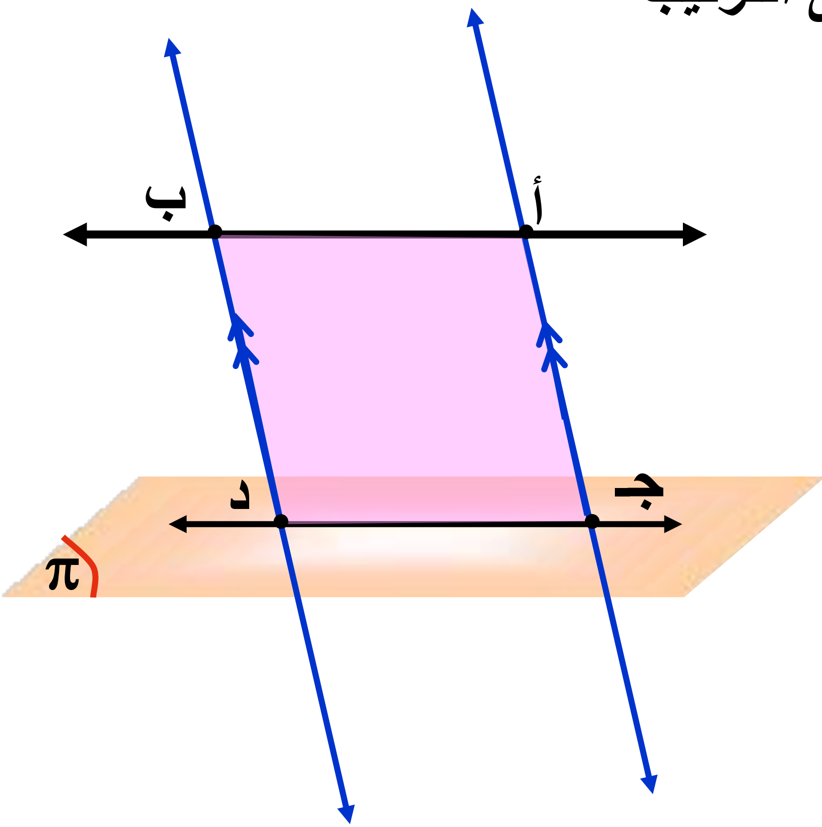
فان هـ و // أ ب وحيث أن أ ب ⊇ المستوي أ ب جـ د

∴ هـ و // المستوي أ ب جـ د نظرية

٢ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مستقيم يوازي مستوياً معلوماً π ، $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ مستقيمان متوازيان

و يقطعان المستوي π في النقطتين جـ ، د على الترتيب

أثبت أن الشكل أ جـ د ب متوازي أضلاع .



الحل :

∵ $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ ١

∴ يعينان مستوٍ وحيد و ليكن π_1 ،

$\pi_1 \cap \pi = \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

∵ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // π ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}} \subseteq \pi_1$ ،

فان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ ٢

من ١ ، ٢ فان الشكل اجـ د ب متوازي أضلاع

التطبيق

تمارين (٣ – ٣) صفحة ١٥٨
رقم ٤ ، ٥